Revista Ceres 43(247):267-280.1996.

DEPENDÊNCIA TEMPORAL E ESPACIAL DAS PROBABILIDADES DE DIAS SECOS E, OU, CHUVOSOS EM DIAS CONSECUTIVOS, PARA INTERVALOS MENSAIS[1]

Gilberto C. Sediyama[2]
José Swami P. de Melo[3]
Adil Rainier Alves[2]
Dirceu Teixeira Coelho[2]

1. INTRODUÇÃO

Os conhecimentos acerca das distribuições das precipitações pluviais no espaço e no tempo desempenham papel relevante no planejamento das atividades produtivas. A importância desses conhecimentos, que condicionam decisões, é de ordem tática ou estratégica em atividades como agropecuária, construção civil, transportes, turismo e outras exercidas ao ar livre.

Em todos os setores da economia é possível encontrar exemplos nos quais os conhecimentos acerca das distribuições das chuvas no espaço e no tempo desempenham papel relevante no processo de tomada de decisão, quer seja na operacionalização, quer no planejamento.

A observação de um dia ser chuvoso depende da ocorrência de chuvas em dias anteriores, uma vez que a probabilidade de chover em

---

[1] Aceito para publicações em 13.06.1995.

[2] Departamento de Engenharia Agrícola, Universidade Federal de Viçosa. 36571-000 Viçosa, MG.

[3] Departamento de Engenharia Rural, Universidade Federal Rural de Pernambuco. 52171-900 Recife, PE.

O primeiro e terceiro autores são bolsistas do CNPq.

determinado dia é maior em caso de ocorrência de chuva no dia precedente. De acordo com BROOKS e CARRUTHERS (*1*), tal fenômeno, conhecido como "persistência", manifesta-se com menos clareza à medida que o intervalo de tempo entre dois eventos sucessivos aumenta.

Gabriel e Neumann, citados por COE e STERN (2), observaram tal fenômeno em seqüências semanais de dias secos e, ou, chuvosos em Tel Aviv, para intervalos superiores a um mês. Em circunstâncias distintas, FEYERHERM e BARK (*4*) e THODOROVIC e WOOLHISER (*7*) também notaram que a hipótese de independência estatística dessa categoria de eventos fica prejudicada e, em tais casos, recomendavam a aplicação do modelo estocástico, conhecido como cadeia de Markov de dois estados, para prognosticar a ocorrência de seqüência de dias secos e, ou, chuvosos em diferentes intervalos de tempo.

Segundo COE e STERN (2), a aplicação desse modelo apresenta como vantagens a redução, ao mínimo, do número de parâmetros a ser estimado e a possibilidade de emprego, mesmo quando não se dispõem de séries de precipitação referentes a longos períodos de observação. Tal emprego, entretanto, limita-se a sistemas nos quais o resultado de uma tentativa depende do último resultado, somente deste e não dos anteriores. Todavia, esses pesquisadores alertaram que as ordens mais elevadas podem ser necessárias na análise de distribuições de dias secos e, ou, chuvosos em dado período.

Diversos fatores dificultam a caracterização dessas distribuições nas regiões tropicais. Certamente dentre esses se relacionam a inexistência de registros históricos de dados diários de chuva e o reduzido número de postos climatológicos alocados nessas áreas.

Não obstante isso, há muitos aspectos dessas distribuições que podem ser revelados pelas análises de séries temporais de dados de chuva referentes a períodos de observação relativamente curtos.

Tendo em vista a superação dessas dificuldades, o presente trabalho foi desenvolvido com o objetivo de determinar as distribuições de probabilidades de ocorrência de dias chuvosos e, ou, secos em intervalos mensais e analisar a dependência no tempo e no espaço de tais probabilidades.

2. CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

Os primeiros modelos de distribuição de probabilidade de ocorrência de K dias chuvosos em seqüências de N dias em períodos mensais ($K \leq N$), fundamentados na cadeia de Markov de dois estados, foram desenvolvidos por Gabriel, citado por KATZ (*6*), e, posteriormente, testados, sob diversos climas, por Gabriel e Neumann, citados por THODOROVIC e WOOLHISER (*7*), COE e STERN(2) e ESSENWANGER (*3*). Segundo esses modelos, a distribuição de probabilidades de ocorrência de *K* dias chuvosos em uma seqüência de *N* dias, precedida de um dia chuvoso, é dada pela função densidade de probabilidade:

$$W_1(K;N)=P(C/C)^K(1-P(C/S))^{N-K}+ \\ +\sum_{c=1}^{c_1}\binom{K}{a}\binom{N-K-1}{b-1}\frac{1-P(C/C)}{1-P(C/S)}^{b}\frac{P(C/S)}{P(C/C)}^{a} \qquad \text{(Eq. 1)}$$

em que

W_1 $(K;N)$ = probabilidade condicional de ocorrência de *K* dias chuvosos em *N* dias consecutivos em determinado mês, dado que o dia antecedente ao primeiro dos *N* dias fora chuvoso;

P(C/C) = probabilidade de transição de um dia ser chuvoso, desde que o dia precedente fora chuvoso;

P(C/S) = probabilidade de transição de um dia ser chuvoso, desde que o dia precedente fora seco;

a, *b* = parâmetros a serem determinados; e

$$C_1=\begin{cases} N+0{,}5-|2K-N+0{,}5| & \text{se } K<N \\ 0, & \text{se } K=N. \end{cases} \qquad \text{(Eq. 2)}$$

De modo análogo, a distribuição de probabilidade de *K* dias chuvosos em seqüências de *N* dias, antecedidos de um dia seco, pode ser determinada pela função:

$$W_0(K;N)=P(C/C)^K(1-P(C/S))^{N-K}+ \\ +\sum_{c=1}^{c_0}\binom{K-1}{b-1}\binom{N-K}{a}.\frac{1-P(C/C)}{1-P(C/S)}^{a}\frac{P(C/S)}{P(C/C)}^{b} \qquad \text{(Eq.3)}$$

em que

W_0 $(K;N)$ = probabilidade condicional de ocorrência de *K* dias chuvosos em *N* dias consecutivos em determinado mês, dado que o dia antecedente ao primeiro dos *N* dias fora seco; e

$$C_0 = \begin{cases} N + 0{,}5 - |2K - N + 0{,}5| & \text{se } K > N \\ 0, & \text{se } K = 0. \end{cases} \qquad \text{(Eq. 4)}$$

De acordo com THODOROVIC e WOOLHISER(7), os valores dos parâmetros *a* e *b*, que figuram nas equações 1 e 3, podem ser determinados, respectivamente, como os valores inteiros iguais ou maiores que 0,5 (C_1 - 1) e maiores que 0,5 C_1.

A partir das equações 1 e 3, a distribuição de probabilidades de ocorrência de exatamente *K* dias chuvosos em *N* dias pode ser estimada pela função densidade de probabilidade, dada por:

$$W(K;N) = P(C)W_1(K;N) + (1 - P(C))W_0(K;N) \qquad \text{(Eq. 5)}$$

em que

$W(K;N)$ = probabilidade de ocorrência de *K* dias chuvosos em *N* dias consecutivos, em intervalos mensais; e
P(C) = probabilidade de ocorrência de um dia chuvoso no mês considerado.

As estimativas dos parâmetros dessas distribuições (Equações 1, 3 e 5) podem ser determinadas empiricamente, desde que as ocorrências de chuva em dada localidade sejam razoavelmente homogêneas em intervalos mensais.

Com base nessa hipótese, a probabilidade de chover no m-ésimo (m = 2, 3, ...) dia do mês deve ser igual à probabilidade de chover no (m - 1)-ésimo dia. Denotando-se tais probabilidades, respectivamente, por P_m (C) e P_{m-1} (C), essas aproximações formalmente podem ser escritas como:

$$P_m = P_{m-1}(\mathrm{C}) = P(\mathrm{C}) \qquad \text{(Eq. 6)}$$

em que

P_m (C) = probabilidade de ocorrência de chuva no m-ésimo dia do mês;
P_{m-1} (C) = probabilidade de ocorrência de chuva no (m-1)-ésimo dia do mês;
P(C) = probabilidade de ocorrência de chuva em qualquer dia, em intervalo mensal, isto é, a fração média de dias chuvosos;

m = 2, 3, ..., M; e
M = número de dias do mês considerado.

Desde que essas condições sejam satisfeitas, a probabilidade *P*(C) pode ser estimada, empiricamente, pelo número médio mensal de dias chuvosos em *n* anos observados, isto é, pela fração média mensal de dias chuvosos.

Conforme observaram Anderson e Goodman, citados por ESSENWANGER (*3*), e FEYERHEM e BARK(*4*), os valores empíricos das probabilidades de transição *P*(C/S) e *P*(C/C) podem ser empregados como primeira aproximação dos estimadores verossimilhantes dos parâmetros da cadeia de Markov de dois estados. Além disso, Garbutt *et alii*, citados por COE e STERN (*2*), observaram indícios de relacionamento entre os estimadores desses parâmetros em 11 localidades da África Oriental.

Por outro lado, GENG *et alii* (*5*), verificando fenômenos semelhantes em localidades dos Estados Unidos, Holanda e Filipinas, propuseram um método simplificado para estimar probabilidades de transição. De acordo com tal método, a probabilidade *P*(C/S) em dado mês pode ser estimada por intermédio da equação de regressão linear:

$$P(\mathrm{C}/\mathrm{S}) = a_0 + b_0 P(\mathrm{C}) \qquad \text{(Eq. 7)}$$

Por força de definição, as probabilidades de transição apresentam as mesmas propriedades das probabilidades condicionais e, em decorrência disso, a probabilidade de ocorrência de chuva no m-ésimo dia do mês pode ser expressa por:

$$P_{\mathrm{m}}(\mathrm{C}) = P(\mathrm{C}/\mathrm{S}).(1 - P_{\mathrm{m-1}}(\mathrm{C})) + P(\mathrm{C}/\mathrm{C}).P_{\mathrm{m-1}}(\mathrm{C}) \qquad \text{(Eq. 8)}$$

Mediante a aplicação das equações 6 e 7 na equação 8 e as manipulações algébricas apropriadas, GENG *et alii* (*5*) demonstram que a probabilidade *P*(C/C) pode ser determinada por:

$$P(\mathrm{C}/\mathrm{C}) = 1 - (1 - P(\mathrm{C})).(a_0 P(\mathrm{C})^{-1} + b_0) \qquad \text{(Eq. 9)}$$

De um lado, a caracterização dessas distribuições de probabilidades por meio dessas técnicas estatísticas clássicas fica prejudicada, em função da dificuldade da aquisição de dados diários de chuva referentes a longos períodos de observação para a maioria das localidades brasileiras. De outro, conforme descrito anteriormente, essas técnicas envolvem a manipulação e o processamento de uma quantidade considerável de dados.

3. MATERIAL E MÉTODOS

A base de dados para o ajustamento dos modelos, usados neste trabalho, constitui-se de séries temporais de totais diários de precipitação registrados nas estações climatológicas de Catalão (GO), Goiânia (GO), Lavras (MG), Patos de Minas (MG), Uberaba (MG) e Viçosa (MG).

As coordenadas geográficas dessas estações, bem como o período de registros analisados, encontram-se discriminadas no Quadro 1.

Exceto a estação de Viçosa, situada na Zona da Mata mineira, as demais estações encontram-se em região de cerrados (savana). Segundo a classificação climática de Köppen, as localidades de Catalão, Goiânia e Uberaba apresentam climas tropicais chuvosos (Aw). Em contraste, os climas de Patos de Minas (Cwa), Viçosa (Cwa) e Lavras (Cwb) enquadram-se na categoria de climas tropicais de altitude.

Os dados de chuva, organizados em seqüências mensais, foram recuperados a partir de fitas magnéticas obtidas no Instituto Nacional de Meteorologia e Instituto de Pesquisas Espaciais e processados na Central de Processamento de Dados da Universidade Federal de Viçosa.

Para todos os efeitos, as seqüências mensais que apresentaram falta de um e, ou, mais elementos foram descartadas e os últimos elementos de seqüências referentes aos meses de fevereiro em anos bissextos, ignorados.

QUADRO 1 - Coordenadas geográficas e períodos de observação das estações climatológicas estudadas

Local	Latitude (S)	Longitude (W)	Altitude (m)	Período
Catalão	18°10'	47°58'	848	1961-1978
Goiânia	16°48'	49°15'	741	1961-1978
Lavras	21°14'	45°00'	910	1968-1986
Patos de Minas	18°36'	46°31'	896	1961-1980
Uberaba	19°45'	47°55'	743	1965-1985
Viçosa	20°45'	42°51'	651	1968-1984

Com o objetivo de calcular as probabilidades de transições associou-se, a cada dado de precipitação de uma seqüência mensal, uma variável aleatória discreta (binária) X_m, que assume valor unitário, caso a precipitação registrada no m-ésimo dia do mês (m = 1, 2, 3, ...) seja igual ou superior a 0,1 mm (dia chuvoso), ou nulo, no outro caso (dia seco). Os conjuntos dessas variáveis (X_m ; m = 1, 2, 3, ...), referentes a quaisquer dos meses, foram considerados processos estocásticos dependentes, representáveis por cadeias de Markov de dois estados.

Denotando-se por x_m os valores observados da variável X_m registrados em um mês, e localidade particular, o número de dias chuvosos em quaisquer das seqüências observadas foi determinado pela expressão:

$$N_1 = \sum_{m=1}^{M} x_m \qquad \text{(Eq. 10)}$$

em que

N_1 = número mensal de dias chuvosos observados em dada localidade;
x_m = valor observado da variável X_m no m-ésimo dia do mês; m = 1, 2, 3, ..., M; e
M = número de dias do mês.

Os parâmetros necessários para o ajustamento dessas distribuições (Equações 1, 3 e 5) foram estimados, empiricamente, em cada mês e localidade estudados. Para isto, procedeu-se da seguinte maneira:

a) Cálculo das probabilidades de ocorrência de um dia chuvoso por meio da expressão:

$$P(C) = \frac{\sum_{k=1}^{L} N_k}{L.M} \qquad \text{(Eq. 11)}$$

em que

$P(C)$ = probabilidade de ocorrência de um dia chuvoso no mês considerado, isto é, a fração média mensal de dias chuvosos;
N_k = número mensal de dias chuvosos em dada localidade;
k = 1, 2, 3, ..., L;
L = número de amostras; e
M = número de dias do mês considerado.

b) Determinação das probabilidades condicionais de um dia ser chuvoso, dado que o dia precedente fora seco, mediante a aplicação da seguinte fórmula:

$$P(C / S) = \frac{\text{Número de dias secos seguidos de dias chuvosos em todas as amostras}}{\text{Número de dias secos em todas as amostras}} \quad \text{(Eq.12)}$$

em que

P(C/S) = probabilidade de transição de um dia ser chuvoso, dado que o dia anterior fora seco.

c) Cálculo das probabilidades condicionais de um dia ser chuvoso, dado que o dia precedente fora chuvoso, conforme a relação:

$$P(C / C) = \frac{\text{Número de dias secos seguidos de dias chuvosos em todas as amostras}}{\text{Número de dias chuvosos em todas as amostras}} \quad \text{(Eq.13)}$$

em que

P(C/C) = probabilidade de transição de um dia ser chuvoso, dado que o dia anterior fora chuvoso.

Foram determinadas para cada localidade estudada as probabilidades condicionais em seqüências de 10 dias, conforme padrão de registros de dados meteorológicos do INEMET, para intervalos mensais. Para tanto, desenvolveu-se um programa (FORTRAN-77) capaz de resolver a fórmula de recorrência apresentada por KATZ (6).

Por estudos de regressão e de correlação, os parâmetros *P*(C/S) e *P*(C/C) foram relacionados com as probabilidades *P*(C), em cada localidade e no conjunto de localidades estudadas. Para este fim, empregou-se um programa (aplicativo) conhecido como SAEG (*Sistema de Análises Estatísticas e Genéticas*), desenvolvido pela Central de Processamento de Dados da Universidade Federal de Viçosa.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com base em dados diários de precipitação, registrados nas estações climatológicas de Catalão, Goiânia, Lavras, Patos de Minas, Uberaba e Viçosa, determinaram-se as probabilidades de ocorrência de dias chuvosos em 10 dias consecutivos, para períodos mensais.

Com a finalidade de facilitar as estimativas verossimilhantes dos parâmetros dessas distribuições, estabeleceram-se relações funcionais (empíricas) capazes de determinar tais parâmetros, independentemente do tempo e do espaço, a partir de sumários climatológicos mensais.

Quanto ao ajustamento dos modelos de distribuição, as maiores dificuldades relacionam-se com as estimativas das probabilidades de transição, porque envolveram contagens de dias secos seguidos de dias chuvosos e do número de dias chuvosos antecedidos de dias chuvosos, em uma quantidade de dias constituída de cerca de 4 x 10^4 registros de totais diários de precipitação.

Na tentativa de contornar esses problemas, procurou-se estabelecer relações entre as probabilidades de transição e as frações médias mensais de dias chuvosos. Para tanto, construíram-se gráficos de *P*(C/S) *versus* mês, de *P*(C/C) *versus* mês e de *P*(C) *versus* mês, com dados referentes a cada uma das probabilidades estudadas.

Em tais gráficos, observou-se que, independentemente do mês ou da localidade, os valores dessas probabilidades aumentaram ou diminuíram no mesmo sentido. 0 comportamento dessas probabilidades, manifestado pelo paralelismo entre suas curvas representativas no tempo, forneceu indícios de dependência funcional entre as probabilidades de transição *P*(C/S) e *P*(C/C) e as probabilidades (empíricas) de ocorrência de um dia chuvoso, em intervalos mensais. Exemplos de tais comportamentos foram mostrados nos gráficos referentes a Catalão (Figura 1) e Viçosa (Figura 2).

Com o objetivo de aprofundar as investigações dessas relações, procederam-se aos estudos de regressão e correlação, envolvendo arranjos dessas probabilidades, tomadas duas de cada vez, em cada localidade, no conjunto de localidades estudadas. Com os resultados desses estudos, constatou-se que dependência funcional entre as probabilidades de transição *P*(C/S) e as probabilidades *P*(C) podem ser expressas, em cada localidade, por intermédio de retas de regressão (Quadro 2).

Do mesmo modo, observou-se a dependência entre as probabilidades de transição *P*(C/C) e *P*(C), porém com variações mais acentuadas nas probabilidades *P*(C/C), quer entre meses, quer entre as localidades estudadas.

A equação de regressão ajustada para o conjunto de localidades (Quadro 2) explicou 94,9% das variações ocorridas nas probabilidades *P*(C/S), independentemente da localidade e do mês. Além disso, constatou-se que nenhum dos coeficientes lineares das retas, ajustados às probabilidades referentes à localidade particular, foi significativamente diferente de zero, a 5%, pelo teste de *t*. De maneira idêntica, nenhum dos coeficientes angulares da reta de regressão, ajustadas as probabilidades referentes a quaisquer das localidades analisadas, foi significativamente diferente de 0,710.

Em face desses resultados e da relação apresentada na Equação 8, tais probabilidades de transição, na área de abrangência deste estudo, podem ser estimadas pelas expressões:

a) $P(C/S) = 0{,}71P(C)$; e, (Eq. 14)

b) $P(C/C) = 0{,}29 + 0{,}71P(C)$ (Eq. 15)

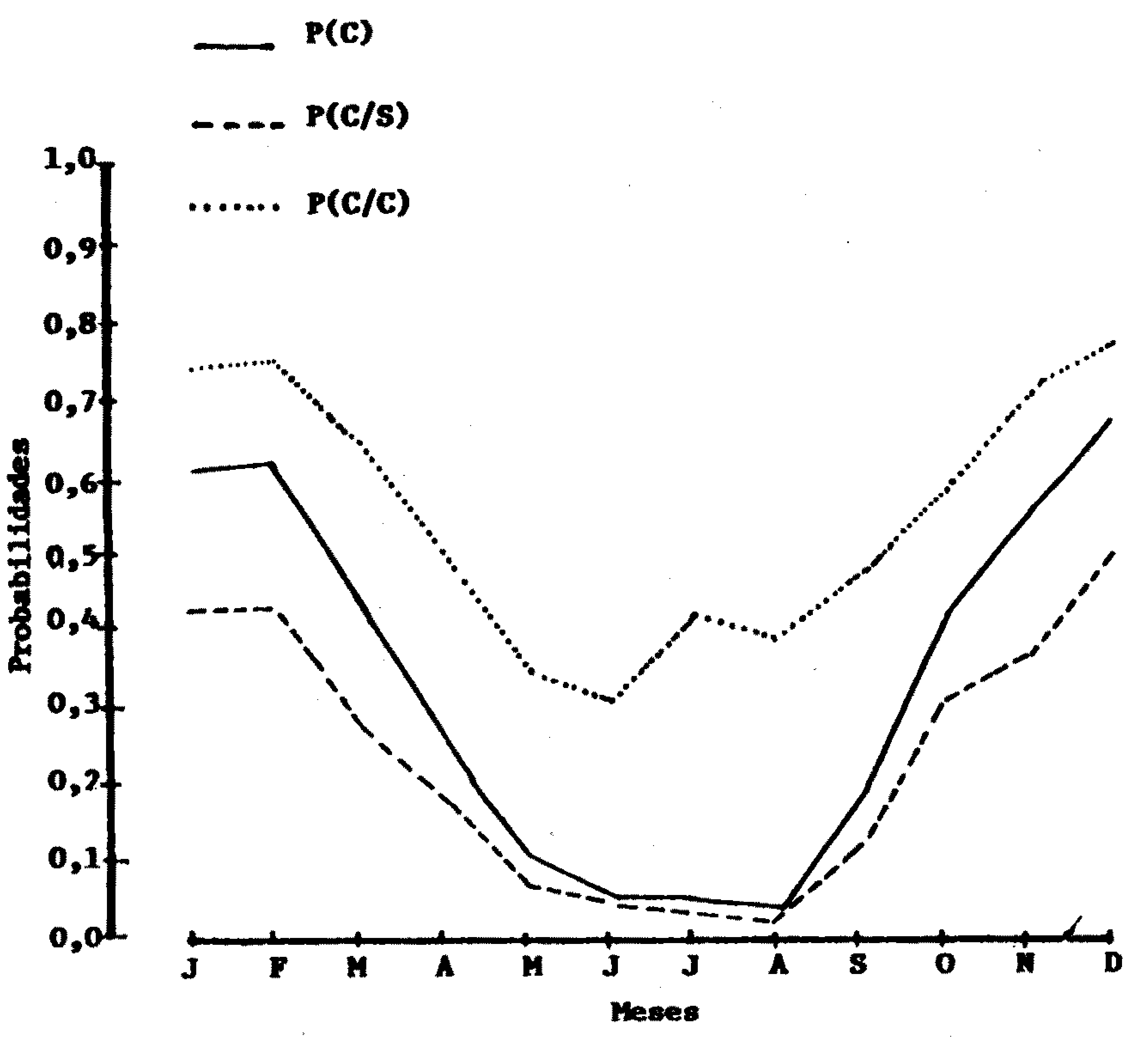

FIGURA 1 - Variação mensal das probabilidades de transição, P(C/C) e P(C/S), e das frações médias mensais de dias chuvosos, P(C), em Catalão (GO).

Em decorrência disso, construiu-se um diagrama (Figura 3) para facilitar as estimativas das probabilidades de transição, em função das frações médias mensais de dias chuvosos.

A importância de tais resultados não se traduz apenas pela redução na quantidade de dados de entrada (30:1) e no número de parâmetros a serem estimados (3:1) nos modelos de distribuição de probabilidades de dias secos e, ou, chuvosos, mas, também, por confirmarem resultados semelhantes aos obtidos por GENG *et alii* (5) e Garbutt *et alii*, citados por

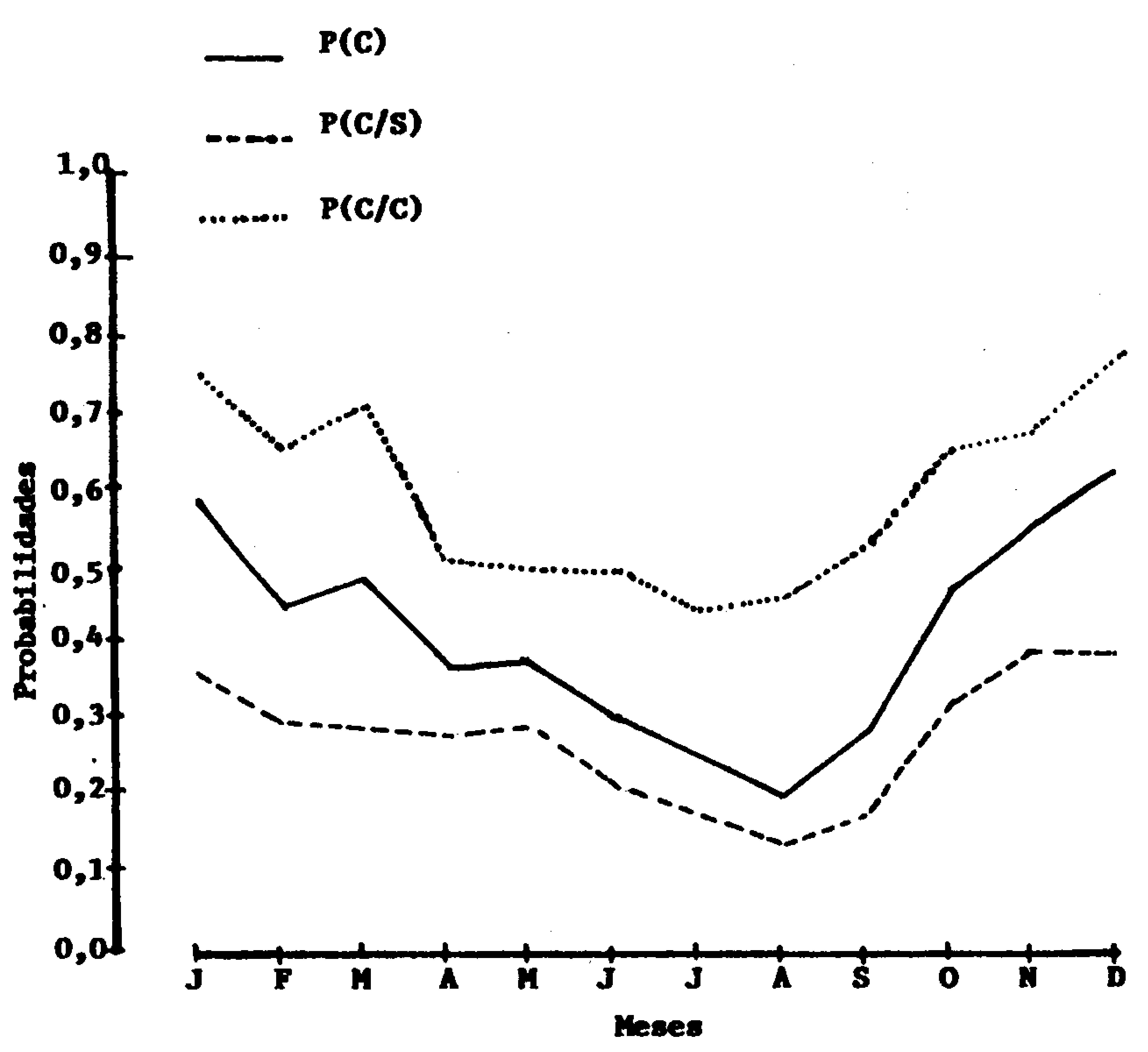

FIGURA 2 - Variação mensal das probabilidades de transição, P(C/C) e P(C/S), e das frações médias mensais de dias chuvosos, P(C), em Viçosa (MG).

COE e STERN (*2*), em condições climáticas totalmente diferentes das observadas neste trabalho.

5. RESUMO E CONCLUSÕES

Determinaram-se os valores das probabilidades de transição, baseadas na cadeia de Markov de dois estados, para ocorrência de dias chuvosos e, ou, secos em 10 dias consecutivos, em intervalos mensais para seis localidades compreendendo os Estados de Minas Gerais e de Goiás.

Estabeleceram-se relações entre tais probabilidades de transições e as frações médias dos dias chuvosos. Para tanto, construíram-se relações lineares entre as probabilidades de dias chuvosos, dado que o dia anterior fora seco, *P*(C/S), *versus* mês, entre as probabilidades de um dia ser

QUADRO 2 - Coeficientes das retas de regressão ajustadas às probabilidades condicionais de ocorrência de um dia chuvoso, dado que o dia antecedente fora seco, em fração média mensal de dias chuvosos ($P(C/S) = a_o + b_o P(C)$)

Estações	a_o	b_o	r^2	cv
Catalão	-0,005	0,702	0,993	0,001
Goiânia	-0,020	0,841	0,995	0,005
Lavras	0,013	0,894	0,964	0,003
Patos de Minas	0,001	0,636	0,988	0,079
Uberaba	0,005	0,733	0,982	0,093
Viçosa	0,036	0,578	0,927	0,086
Combinação	-0,007	0,710	0,949	0,145

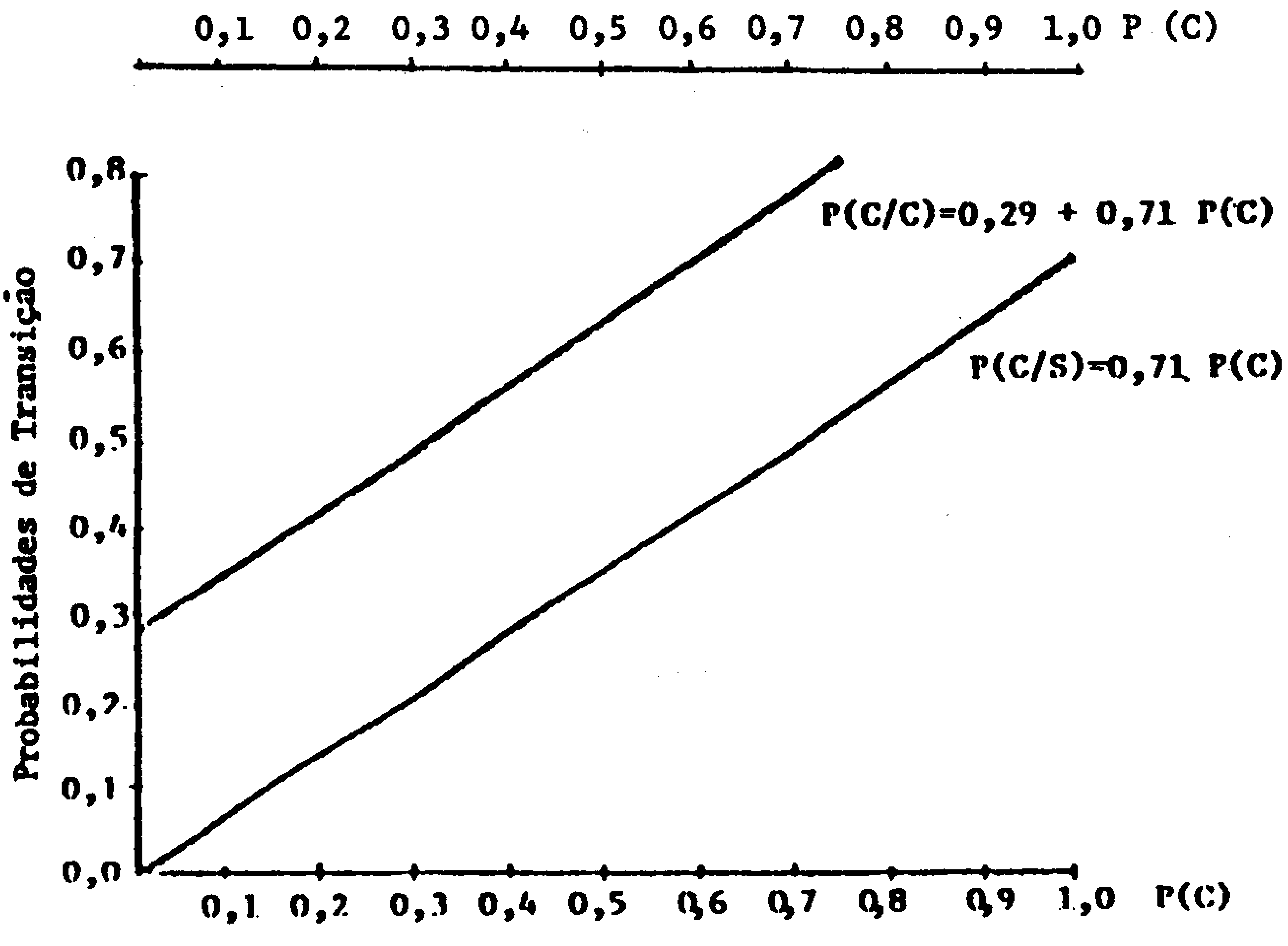

FIGURA 3 - Diagrama para determinação das probabilidades de transição, P(C/C) e P(C/S), em função das frações médias mensais de dias chuvosos, P(C).

chuvoso, dado que o dia anterior fora também chuvoso, *P*(C/C), *versus* mês, e entre as probabilidades de um dia ser chuvoso, *P*(C), *versus* mês, com dados referentes a cada uma das localidades estudadas.

Constatou-se a existência de uma relação linear (empírica) entre as probabilidades de transições e as frações médias mensais de dias chuvosos que, aparentemente, independem do tempo e do espaço. Verificou-se a possibilidade de ajustar esses modelos a partir de sumários climatológicos mensais.

Observou-se que a dependência funcional entre as probabilidades de transição *P*(C/S) e as probabilidades *P*(C) pode ser expressa, em cada localidade, por intermédio de regressões lineares. Do mesmo modo, observou-se a dependência entre as probabilidades de transição *P*(C/C) e *P*(C), porém com variações mais acentuadas nas probabilidades *P*(C/C), quer entre meses, quer entre as localidades estudadas.

6. SUMMARY

(TEMPORAL AND SPATIAL DEPENDENCY OF THE DRY AND WET DAYS SPELLS IN CONSECUTIVE DAYS, FOR MONTHLY BASIS)

The values of the transition probabilities were determined, based on Markov chain rule, for the occurrence of wet and dry spells for 10 consecutive days for monthly intervals for six locations in the State of Minas Gerais and Goiás. A linear relationship was established between the transition probabilities and the average fractions of rainy days for each location studied. The results showed that empirical linear relationships were independent of the time period and the spatial locations for the calculated transition probabilities of wet days given that the previous day was dry *P*(C/S), for transition probabilities of wet days given that the previous day was also wet *P*(C/C), and for probabilities of wet days versus month of the year. It was also shown that the functional relationship between transitions probabilities of *P*(C/S) and the probabilities *P*(C) can be expressed, for each location, by mean of linear regressions. Moreover, dependency between transition probabilities *P*(C/C) and *P*(C) was shown, however with higher variations for probabilities of *P*(C/C) among months, and among locations studied as well.

7. - LITERATURA CITADA

1. BROOKS, C. E. P. & CARRUTHER, N. *Handbook of statistical methods in meteorology*. London, Her Majesty's Stationary Office, 1953. 412 p.
2. COE, E. & STERN, R. D. Fittings models to rainfall data. *Journal of Applied Meteorology*, *21*:1824-1831, 1982.
3. ESSENWANGER, 0. M. *Elements of statistical analysis*. Amsterdam, Elsevier, 1986. 424 p. (World Survey of Climatology, Vol. IB.).
4. FEYERHERM, A. M. & BARK, L. D. Statistical methods for persistent precipitation patterns. *Journal of Applied Meteorology*, *4*:328-B, 1964.
5. GENG, S.; DE VRIES, F. W. P. P. & SUPIT, I. A simple method for generation daily rainfall data. *Agricultural and Forest Meteorology*, *36*:363-376, 1986.
6. KATZ, R. W. Computing probabilities associated with the Markov chain model for precipitation. *Journal of Applied Meteorology*, *13*:953-954, 1974.
7. THODOROVIC, P. & WOOLHISER, D. A. A stochastic model of n-day precipitation. *Journal of Applied Meteorology*, *14*:17-24, 1975.