SISTEMATIZAÇÃO DE TERRAS PARA IRRIGAÇÃO EM ÁREAS IRREGULARES UTILIZANDO MODELOS DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR

Guilherme Augusto Biscaro[1]
João Carlos Cury Saad[2]

RESUMO

Este trabalho teve por objetivo desenvolver modelos de programação não-linear para sistematização de terras, aplicáveis em áreas com formato irregular e que minimizem a movimentação do solo, utilizando o software GAMS ("General Algebric Modeling System") para o cálculo. Esses modelos foram comparados com o Método dos Quadrados Mínimos Generalizado, desenvolvido por Scaloppi & Willardson (1986), tendo como parâmetro de avaliação o volume de solo movimentado. Concluiu-se que os modelos de programação não-linear desenvolvidos nesta pesquisa mostraram-se adequados para aplicação em áreas de formatos irregulares e que forneceram menores valores de movimentação de solo quando comparados com o método dos quadrados mínimos.

Palavras Chave: GAMS, modelos matemáticos, movimentação de solo.

ABSTRACT

LAND GRADING FOR IRRIGATION OF IRREGULAR SHAPED AREAS USING NON-LINEAR PROGRAMMING MODELS

The objective of this work was to develop non-linear programming models for land grading to be applied in irregular shaped areas and minimize land movement. The GAMS (General Algebric Modeling System) software was used for calculations and the models were compared with the Method of Generalized Minimum Squares developed by Scaloppi & Willardson (1986), using as evaluation parameter the volume of moved soil. It was concluded that the non-linear programming models developed in this study were shown suitable for application to irregular shaped areas and provided smaller values of soil movement when compared with the method of minimum squares.

Key Words: GAMS, mathematical models, soil movement.

[1] Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, UEMS, Unidade Universitária de Cassilândia. Rodovia MS 306, Km 06, 79540-000 Cassilândia/MS, e-mail: gbiscaro@hotmail.com

[2] Universidade Estadual Paulista, UNESP, campus de Botucatu/SP. Fazenda Experimental Lageado, 18600-000 Botucatu/SP, e-mail: jccsaad@fca.unesp.br

INTRODUÇÃO

A sistematização de terras é uma prática fundamental para que se tenha um sistema eficiente de irrigação por superfície. Em irrigação e drenagem superficiais, a sistematização de terras visa modificar a microtopografia do terreno de tal forma a promover um movimento ordenado da água sobre ele.

O primeiro procedimento analítico para determinação da equação do plano foi apresentado por Givan (1940) e objetivou minimizar a movimentação de terra em áreas regulares, tendo por princípio o método dos quadrados mínimos. Um procedimento baseado nas hipóteses de que o volume total de terra e o seu centro geométrico serão os mesmos antes e após a sistematização foi apresentado por Raju (1960), tendo sido por ele denominado "método do volume fixo". A hipótese assumida é necessária para que se tenha mínima movimentação de terra e relação favorável entre cortes e aterros.

A Programação Linear é a técnica de Pesquisa Operacional mais utilizada nos problemas de otimização, em decorrência de sua versatilidade e do fato de aplicar fundamentos matemáticos pouco sofisticados, ou seja, a análise e resolução de sistemas de equações lineares (Lanzer, 1988).

Os cinco principais métodos de estimativa dos volumes de corte e de aterro em sistematização de terras são: prismoidal, das áreas médias, dos quatro pontos, dos planos horizontais e do somatório. Eles foram avaliados por Scaloppi (1986) em termos de suas bases teóricas, exigências computacionais, precisão de resultados e aplicações. Os resultados obtidos pelos métodos prismoidal e das áreas médias foram semelhantes, sendo o último assumido como o mais preciso, em função de sua base teórica. Desvios significativos foram observados nos métodos dos planos horizontais e do somatório. Por sua vez, o método dos quatro pontos apresentou variações pouco significativas em relação ao mais preciso (das áreas médias), sendo o procedimento de cálculo recomendado pelo autor em função de sua precisão, rapidez e simplicidade.

O método do somatório, embora não tenha precisão satisfatória, tem sido empregado nos modelos de sistematização utilizando programação linear. Ele assume como hipótese básica que todas as alturas de corte ou de aterro representam áreas idênticas, definidas pelo espaçamento regular adotado entre as estacas. Tal premissa resulta em superestimativa dos volumes de corte e aterro, uma vez que a existência de estacas adjacentes indicando grandes variações entre os valores absolutos de cortes e de aterros comprometem a veracidade da hipótese básica do método (Scaloppi, 1986).

Foi proposto por De Matos (2000) um sistema de equações não-lineares, adaptável ao modelo de programação não linear, visando determinar o dimensionamento ótimo de um sistema de irrigação do tipo localizada, sob o enfoque de minimização de custos para a cultura da goiaba, variando a evapotranspiração, a declividade do terreno e o tamanho da área a ser irrigada. O autor verificou que a maior contribuição no custo do equipamento relacionou-se aos emissores, e a evapotranspiração foi o fator que mais afetou o custo do equipamento por unidade de área.

Estudou-se o desempenho dos sistemas de reservatórios segundo a ótica dos usos múltiplos da água (Brandão, 2004), utilizando-se modelos de programação não-linear criados com o programa GAMS e resolvidos com o pacote de otimização MINOS, que resultou no modelo SFPLUS. Numa primeira fase, o estudo enfocou a otimização dos sistemas segundo dois métodos para a análise de usos múltiplos: o método das restrições e o das ponderações. Os principais resultados indicaram que o método das restrições é mais fácil e direto de ser aplicado, porém o das ponderações permite avaliar um número maior de usos.

Em decorrência da compactação que sempre ocorre ao se realizar o aterrramento e para que não haja necessidade de se trazer terra de outra área, o volume total de corte deve ser superior ao de aterro. A relação entre esses dois volumes é denominada relação corte/aterro (R), e varia de solo para solo. Portanto:

$$R = \frac{\text{volume total de corte}}{\text{volume total de aterro}}$$

O valor de R varia de 1,1 (solos arenosos) a 1,6 (solos argilosos). Em geral, seu valor está em torno de 1,3. Nesta pesquisa foi definido como R_S os volumes de corte e de aterro estimados pelo método do somatório e como R_4 os estimados pelo método dos quadrados mínimos, atribuindo-se valores para ambos.

Buscou-se com este trabalho desenvolver e aplicar modelos de programação não-linear, visando à sistematização de áreas para a irrigação por superfície e/ou drenagem superficial e que tenham o formato irregular, minimizando a movimentação de terra, e compará-los com o Método dos Quadrados Mínimos Generalizado, desenvolvido por Scaloppi & Willardson (1986), tendo como parâmetro de avaliação o volume de terra movimentado.

MATERIAL E MÉTODOS

Os métodos de cálculo de sistematização utilizados nesta pesquisa foram: o modelo de programação não-linear, utilizando metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada, com R_S= 1 (proposto neste trabalho); o modelo de programação não-linear, utilizando metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada, com R_S > 1 (proposto neste trabalho); e o método dos quadrados mínimos generalizado (proposto por Scaloppi & Willardson, 1986), que foi utilizado para avaliar os modelos de pesquisa operacionais adaptados e desenvolvidos neste estudo.

O método dos quadrados mínimos generalizado define os coeficientes *a*, *b* e *c* da equação do plano, de tal forma que o somatório das alturas de corte seja igual ao das alturas de aterro, o que resulta em R_S = 1. Utilizando-se o método do somatório para estimar os volumes de corte e de aterro, pode-se representar a relação corte/aterro pela expressão:

$$Rs = \frac{\text{volume total de corte}}{\text{volume total de aterro}} = \frac{Lx\ .\ Ly.\ [SC\ +\ (d\ .\ N_C)]}{Lx\ .Ly.\ [SA\ -\ (d\ .\ N_A)]}$$

em que:

d= rebaixamento no plano sistematizado (m);

R_S= relação corte/aterro desejada (utilizando o método do somatório);

N_A= número de estacas com aterro;

N_C= número de estacas com corte;

Lx= distância entre estacas da direção do eixo x (m);

Ly= distância entre estacas da direção do eixo y (m);

SC= somatório das alturas de corte na área total (m); e

SA= somatório das alturas de aterro na área total (m).

Rearranjando a equação supracitada, tem-se que a altura de rebaixamento requerida, d, para que se tenha o valor de R_S desejado, pode ser calculada por:

$$d = \frac{[(R_S.SA)\ -\ SC]}{[(R_S.N_A\ +\ N_C]}$$

O rebaixamento do plano traduz, em valor absoluto, incremento de valor igual a "d" em cada altura de corte e decréscimo de mesmo valor "d" em cada altura de aterro. Obtidos os valores corrigidos de altura de corte, de aterro ou nula em cada uma das estacas, parte-se para o cálculo dos volumes de corte e aterro. Para que se tenha precisão adequada na estimativa desses volumes, foi escolhido o método dos quadrados mínimos, com base em estudo comparativo entre as metodologias disponíveis, realizado por Scaloppi (1986).

Uma vez que as alturas de corte e aterro iniciais foram corrigidas, a relação corte/aterro obtida pelo método dos quadrados mínimos estará superestimada, em relação ao valor desejado. Isso significa que o valor de R_S= 1,3 irá resultar em um valor de R_4 > 1,3. A solução para que se tenha o valor desejado de R_4= 3 é um processo por tentativas, contendo as seguintes etapas: redução do valor de R_S e cálculo do rebaixamento "d" correspondente; correção das alturas de corte e aterro iniciais, utilizando "d" calculado; e estimativa do valor de R_4 para as alturas de corte e aterro corrigidas. Se R_4 for igual ao valor desejado, encerra-se o processo. Caso R_4 seja, ainda, superior ao valor desejado, faz-se nova redução do valor de R_S e segue-se a seqüência apresentada.

O modelo proposto por Hamad & Ali (1990) para sistematização de terras permite a obtenção de conformações côncavas, convexas ou lineares do perfil do terreno, conforme os valores atribuídos aos coeficientes da equação: $Z_{x,y} = a + b\ .\ x^r + c\ .\ y^s$.

A função-objetivo do modelo original é dada por:

$$MIN = \sum_{x=1}^{n} \sum_{y=1}^{m} \left| E_{x,y} \right|$$

em que:

K = escalar da função-objetivo, equivalente à soma dos valores absolutos de altura de corte e aterro nas estacas x, y (m);

$E_{x,y}$ = altura de corte ou de aterro na estaca x,y (m); e

m, n = número de pontos existentes nos eixos coordenados x e y, respectivamente.

A altura de corte ou de aterro ($E_{x,y}$) em qualquer estação (estaca) da grade de pontos, cujas coordenadas são x, y, é dada pela diferença entre a cota natural do terreno na estação x, y, simbolizado por $H_{x,y}$, e $Z_{x,y}$. Portanto:

$$E_{x,y} = H_{x,y} - Z_{x,y}$$

Os coeficientes e expoentes da equação que descreve o perfil da superfície sistematizada devem variar dentro de determinados limites, o que corresponde ao conjunto de restrições:

$I_a \leq a \leq S_a$; $I_b \leq b \leq S_b$; $I_c \leq c \leq S_c$; $I_r \leq r \leq S_r$ e $I_s \leq s \leq S_s$

Nelas, I é o limite inferior do intervalo de variação das variáveis a, b,c, r, s e S é o limite superior do intervalo de variação das variáveis a, b, c, r, s. Completam o conjunto de restrições as seguintes séries de equações:

$$Smax_x \leq b \,.\, r \,.\, x^{r-1} \leq S_x \qquad Smax_y \leq c \,.\, s \,.\, y^{s-1} \leq S_y$$

em que:

$Smax_x$= declividade máxima tolerável na direção x da superfície sistematizada (m/estaca);

$Smax_y$= declividade máxima tolerável na direção y da superfície sistematizada (m/estaca);

S_x= declividade mínima tolerável na direção x para drenagem superficial (m/estaca); e

S_y= declividade mínima tolerável na direção y para drenagem superficial (m/estaca).

A declividade em qualquer estaca nas direções x e y, respectivamente, não será superior ao valor máximo estipulado e nem inferior ao mínimo necessário para que haja drenagem superficial. O conjunto de equações proposto por Hamad & Ali (1990) não considera a relação corte/aterro. Neste estudo, foram propostas duas novas versões deste modelo.

No modelo de programação não-linear de Hamad & Ali (1990) modificada com R_s= 1, conforme recomendação de Brooke et al. (1997), evitou-se o uso da função valor absoluto na função-objetivo, a fim de que os problemas de programação não-linear possam ser solucionados pelo programa computacional "GAMS". Para isto, foram realizadas algumas modificações no modelo original de Hamad & Ali (1990), criando-se uma nova variável, W, dada por:

$$W = \sum_{x=1}^{n} \sum_{y=1}^{m} \left| E_{x,y} \right|$$

O somatório das alturas de corte e aterro nas estacas x, y (W) é dado em metros. Esse valor W deve atender à seguinte restrição: $W \geq 0$. Neste modelo proposto, a função-objetivo não será mais de minimização do somatório dos valores absolutos das alturas de corte e de aterro, K, e sim de minimização do somatório das alturas de corte e de aterro, W.

O valor de W deve ser o menor possível, não podendo ser negativo. Portanto, o menor valor possível de W é zero. Quando W for zero, significa que o somatório das alturas de corte é igual ao somatório das alturas de aterro (R_S= 1). Porém, é possível obter valores nulos de W para vários valores de K. A solução ótima deve corresponder a W= 0, com o menor valor possível de K. Conseqüentemente, o processo de solução é por tentativas, ou seja, vai se reduzindo o valor de K até que não seja mais possível solucionar o problema. A última solução possível é a ótima. Para fazer este processo, necessita-se de uma restrição do tipo:

$$K \leq Q$$

em que:

K= escalar da função-objetivo, equivalente à soma dos valores absolutos de altura de corte e aterro nas estacas x, y (m); e

Q= valor arbitrário que vai sendo diminuído a cada resolução do modelo, até que a solução não seja mais possível (m).

Após encontrar a solução ótima, deve-se calcular o rebaixamento que irá resultar em uma relação corte/aterro igual ao valor desejado (neste caso, R_4= 1,3), com base no método dos quatro pontos. Este procedimento é feito por tentativas. No modelo de programação não-linear de Hamad & Ali (1990) modificada com R_s > 1, ocorre uma formulação mais abrangente que a anterior, uma vez que permite solucionar o problema para qualquer valor > 1 de relação corte/aterro (R_S). A restrição que trata da relação corte/aterro baseia-se no método do somatório, ou seja:

$$W \,.\, (1 + R_S) + K \,.\, (1 - R_S) = 0$$

em que,

W = somatório das alturas de corte e aterro nas estacas x,y (m).

Podem-se obter os valores do somatório das alturas de corte (SC) e do somatório das alturas de aterro (SA) utilizando as seguintes equações:

$$SA = \frac{K}{(Rs + 1)} \qquad SC = K - SA$$

Neste modelo, sendo a relação corte/aterro > 1, o menor valor possível de W não será mais zero, e sim um valor positivo. Novamente, o processo de solução é por tentativas. A última solução possível é a ótima. Por tentativas também é o processo que visa obter as alturas de corte e aterro que correspondam à relação corte/aterro desejada, com base no método dos quatro pontos. Isto é feito reduzindo-se o valor de R_S e, com as alturas de corte e aterro resultantes, estimando-se o valor de R_4. O processo é finalizado quando se obtém o valor esperado de R_4 (neste caso, 1,3).

Os modelos de Programação Não-Linear foram solucionados utilizando-se o programa computacional GAMS ("General Algebric Modeling System") com o "solver" MINOS, e o os algoritmos básicos adotados são o de Newton, o do Gradiente Reduzido e o de Lagrange, conforme descrito em Brooke et al. (1997).

Para aferir a consistência do sistema de equações dos modelos desenvolvidos, adotou-se a seguinte estratégia: obter a equação do plano e as alturas de corte e de aterro pelo método dos quadrados mínimos generalizado; fixar esses valores de altura de corte e de aterro na formulação de cada modelo desenvolvido; verificar se se reproduzem os coeficientes e expoentes originais da equação do plano, gerados pelo método dos quadrados mínimos generalizado. Para avaliar os modelos existentes e os propostos, foi selecionada uma área de formato irregular, com 1,8 ha (Figura 1), com espaçamento entre estacas de 20 m x 20 m, conforme Scaloppi & Willardson (1986).

Quando os limites da área não são fornecidos, assume-se que eles sejam paralelos às linhas e colunas marginais da grade regular de estacas e que estejam à metade do espaçamento regular entre elas. Dessa forma, os limites da área estão a 10 m das linhas e colunas marginais da grade regular de pontos e na área 3 a 15 m.

Os pontos que definem o limite da área não são computados nos procedimentos de cálculo que determinam a equação da superfície sistematizada, porém são utilizados nos cálculos para estimativa do volumes totais de corte e de aterro.

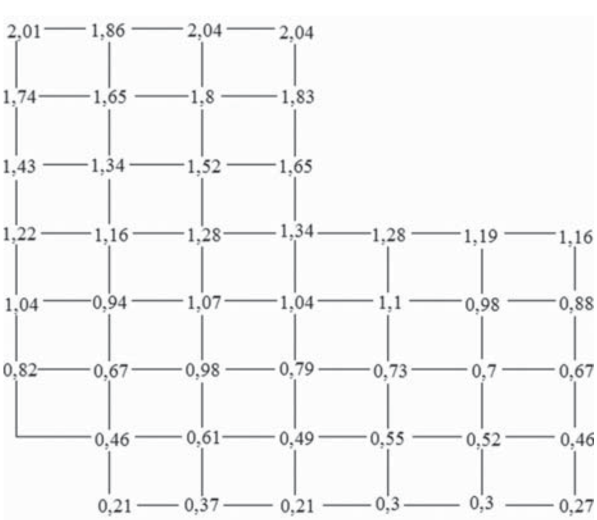

Figura 1. Cotas originais da área (em metros) com espaçamento regular entre estacas de 20 m x 20 m.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O método dos quadrados mínimos resultou na seguinte equação final do plano, em metros: h(x,y)= 2,2276-0,0032x-0,2433y. Novamente, houve necessidade de um processo por tentativas que identificou como sendo 1,21 o valor de R_S, o qual corresponde ao valor desejado de R_4 (R_4= 1,3).

A Tabela 1 apresenta os somatórios dos volumes e das alturas de corte e aterro e a relação corte/aterro com base no Método dos Quatro Pontos (R_4) e no Método do Somatório (R_S).

No modelo de programação não-linear de Hamad & Ali (1990) modificado com R_S= 1, a equação final da superfície sistematizada obtida, com $Z_{x,y}$ em metros, é dada por: $Z_{x,y} = 2{,}301+5{,}036.10^{-6}x^5+0{,}297y^{0{,}915}$. Uma vez que o método somatório superestima os volumes de corte de aterro, seria necessário um R_S= 1,22 para se ter os mesmos valores de volume de corte e volume de aterro que resultaram em R_4= 1,3 (pelo método dos quatro pontos).

A Tabela 2 apresenta os somatórios dos volumes e das alturas de corte e aterro e a relação corte/aterro com base no método dos quatro pontos (R_4) e no do somatório (R_S).

No modelo de programação não-linear de Hamad & Ali (1990) modificado com $R_S > 1$, a equação final da superfície sistematizada obtida, com $Z_{x,y}$ em metros, é dada por: $Z_{x,y} = 2{,}327-4{,}781.10^{-6}x^5-0{,}317y^{0{,}888}$. O valor de R_s que resultou em uma relação corte/aterro de 1,3, com base no método dos quatro pontos, foi de 1,22.

A Tabela 3 apresenta os somatórios dos volumes e das alturas de corte e aterro e a relação corte/aterro com base no método dos quatro pontos (R_4) e no do somatório (R_S).

Tabela 1. Somatórios dos volumes e alturas de corte e aterro e relação corte/aterro com base no método dos quatro pontos (R_4) e no do somatório (R_S)

Variável	Unidade	Método dos quadrados mínimos
Σ vol. de corte	m^3	520
Σ vol. de aterro	m^3	403
R_4	—	1,3
Σ alturas de corte	m	1,60
Σ alturas de aterro	m	1,31
R_S	—	1,22

Tabela 2. Somatórios dos volumes e alturas de corte e aterro e relação corte/aterro com base no método dos quatro pontos (R_4) e no do somatório (R_S)

Variável	Unidade	Hamad & Ali (1990) modificada R_S=1
Σ vol. de corte	m^3	461
Σ vol. de aterro	m^3	357
R_4	—	1,3
Σ alturas de corte	m	1,408
Σ alturas de aterro	m	1,154
R_S	—	1,22

Tabela 3. Somatórios dos volumes e alturas de corte e aterro e relação corte/aterro com base no método dos quatro pontos (R_4) e no do somatório (R_S)

Variável	Unidade	Hamad & Ali (1990) modificada R_S>1
Σ vol. de corte	m^3	461
Σ vol. de aterro	m^3	357
R_4	—	1,3
Σ alturas de corte	m	1,419
Σ alturas de aterro	m	1,163
R_S	—	1,22

Os modelos que fornecem a equação da superfície sistematizada com expoentes das variáveis *x* e *y,* podendo assumir valores diferentes de 1, foram aqueles que resultaram em menor movimentação de terra, ou seja, em menor volume de corte e aterro. Porém, neste caso, não houve diferenciação de desempenho entre os dois modelos de programação não-linear, utilizando-se a metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada.

Os modelos que utilizam a metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada, com R_S= 1 e R_S > 1, apresentaram resultados idênticos em termos de volume total de corte, sendo esse valor 11,3% menor que aquele fornecido pelo método dos quadrados mínimos.

Conforme se verificou, os modelos que possibilitam que a superfície sistematizada assuma perfis que não sejam lineares (expoentes diferentes de 1 para as variáveis *x* e *y*) resultam em menores valores de volume de terra movimentada, quando comparados ao método que fornece a equação do plano (perfil linear nas duas direções; expoentes de *x* e *y* iguais a 1). O modelo que utiliza a metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada gerou, na direção "x", um perfil côncavo ao definir como sendo 5 o valor do expoente da variável *x*. Por sua vez, na direção "y" o perfil foi suavemente convexo, pois o expoente da variável *y* esteve próximo a 0,9.

CONCLUSÕES

Os modelos de programação não-linear, adaptados e desenvolvidos neste trabalho, mostraram-se adequados para aplicação em áreas irregulares.

Verificou-se que ambos os modelos de programação não-linear utilizando a metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada forneceram menores valores de movimentação de terra quando comparados com o método dos quadrados mínimos.

REFERÊNCIAS

Brandão JLB (2004). Modelo para operação de sistemas de reservatórios com usos múltiplos. Tese de doutorado. São Paulo, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 160 p.

Brooke A, Kendrick D, Meeraus A (1997) GAMS: sistema geral de modelagem algébrica. São Paulo, Edgard Blücher, 279p.

De Matos JA (2000) Aplicação da programação não linear no dimensionamento de projetos de irrigação localizada. Tese de doutorado. Botucatu, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". 89 p.

Givan CV (1940) Land grading calculations. Agricultural Engineering, 21:11-12.

Hamad SN & Ali AM (1990) Land-grading design by using nonlinear programming. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 116:219-26.

Lanzer EA (1988) Programação linear; conceitos e aplicações. 2ª ed. Rio de Janeiro, IPEA/INPES. 270 p.

Raju VS (1960) Land grading for irrigation. Transactions of the ASAE, 3:38-41.

Scaloppi EJ (1986) Comparação de métodos para estimativa dos volumes de cortes e aterros em sistematização. In: 7º. Congresso Nacional de Irrigação e Drenagem. Brasília. Anais, ABID. v.3, p.1101-1117.

Scaloppi EJ & Willardson LS (1986) Practical land grading based upon least squares. Journal of Irrigation and Drainage Engineering 112:98-109.