

✖ ✖ Escola Superior de Agricultura e
Veterinária do Estado de Minas Gerais

VIÇOSA — E. F. Leopoldina

Prof. Nello de Moura Rangel
Prof. Geraldo G. Carneiro
Prof. Octávio A. Drummond
Prof. Joaquim F. Braga
Prof. Edgard Vasconcellos
Prof. Arlindo P. Gonçalves

A EXTENSÃO DA LEI DA AÇÃO DAS MASSAS À BIOLOGIA

MOACYR DAVAGEAU

(Do Departamento de Química)

1 - INTRODUÇÃO

O grande escopo dos modernos biólogos é o de relacionar os fenômenos biológicos, de tal modo, a poder exprimi-los numa equação matemática. Baseado na estatística, o experimentador conduzirá o seu trabalho de acordo com a técnica de experimentação e analisará os dados tabelados obtidos na experiência, conseguindo destarte a curva representativa da lei, que, por sua vez, terá por expressão analítica uma equação matemática.

A lei tem caráter geral e, sob bases matemáticas, é precisa, porquanto nos dá idéia do mecanismo e da relação quantitativa que nela se verifica. Da união das várias leis o espírito humano tende a reunir tudo numa síntese geral.

Esta tendência natural de síntese do espírito humano, surge da necessidade da simplificação, afim de se reter o máximo dos fenômenos naturais. Assim, à medida que novos fenômenos são descobertos procura-se logo reuni-los e sintetizá-los sob a forma geral de leis.

Neste particular a Agronomia tem exercido destacado papel no emprego da Matemática em Biologia, premida pela Economia a exigir-lhe sempre, cada vez mais, o máximo de produção com o mínimo de trabalho e capital. Da necessidade de se melhorarem as plantas cultivadas e os animais domésticos, alargou-se a genética na sua utilidade e preci-

são e é por isso que tão rapidamente se desenvolveu no sentido de melhorar os fatores intrínsecos, genéticos. Por outro lado, a Química Agrícola no afã de melhorar os fatores extrínsecos, para obter o máximo de produção, procurou descobrir as leis que regem o crescimento das plantas, verificando as relações existentes entre os chamados fatores do crescimento. Como em Agronomia o que nos interessa é a produção, e esta é função linear do crescimento, costuma-se substituir-se o termo crescimento pelo de produção.

Duas escolas, independentemente uma da outra, investigaram as leis do crescimento: uma que procurou estudar as leis que regem a produção dos vegetais e outra a dos animais. A primeira culminou com a instituição da lei de Mitscherlich (1909) e a segunda com a de Samuel Brody (1927), tendo a mesma curva e a mesma equação matemática. Foram ambas formuladas empiricamente, após análises dos resultados de longa experiência, uma com os vegetais e a outra com os animais, de modo a se concluir a veracidade da lei comum aos dois reinos vivos. E o mais interessante de tudo isso, é que essa mesma equação e curva são as da reação monomolecular da Lei da Ação das Massas, enunciada em 1867 por Guldberg e Waage (4) fato este considerado de mera coincidência.

Toda crítica que se tem feito em torno destas duas leis gira em torno da falta de uma justificação teórica, que as fundamente (18 e 35). O presente trabalho é uma tentativa nesse sentido.

2 - A Lei de Mitscherlich

O notável Prof. Mitscherlich de Königsberg, após trinta anos de estudo e experimentação, estabeleceu a famosa «Lei do Efeito da Produção», que se pode enunciar do seguinte modo: «O efeito dum elemento nutritivo sobre a produção é proporcional (c) à diferença entre o rendimento já obtido (y) e o rendimento máximo (A) que se pode alcançar com este elemento em determinadas condições.» (16)

A expressão analítica da lei é $\frac{dy}{dx} = c (A - y)$.

Esta lei foi obtida da experiência, os seus dados, obtidos e tabelados exprimiam uma curva, que tem por expressão a equação integral da diferencial anterior $y = A(1 - e^{-cx})$. Quadro IV.

Baseado nesta equação, Mitscherlich calculou os diferentes valores de y fazendo variar x, obtendo assim resul-

tados muito próximos dos obtidos experimentalmente. Dentre o grande número de exemplos, citaremos o que se segue apresentado por J. Russel. (24).

x grams. de H_2SO_4	y rendimento em grms. de matéria seca obtida de aveia	
	Determinado	Calculado
0,00	8,97 \pm 0,26	8,91
0,10	19,86 \pm 0,60	20,50
0,20	30,80 \pm 0,61	29,57
0,40	43,05 \pm 0,33	42,18
0,80	53,96 \pm 0,28	54,60
1,20	58,16 \pm 0,85	59,24
2,40	62,70 \pm 0,64	61,86

A genial simplicidade da lei de Mitscherlich fez com que numerosas críticas se insurgissem contra ela por parte dos cientistas da época, de vez que lhe faltava o fundamento teórico. Das numerosas objeções apresentadas, duas são dignas de menção, pois, o próprio Mitscherlich aceitou-as como modificações da sua equação fundamental e denominou-as de 1ª. e 2ª. Aproximações da Lei do Efeito dos Fatores da Produção.

1a. - Aproximação da Lei do Efeito — Equação de Baule B. — 1918 — As críticas de Pfeiffer, Fröhlich, Briggs e outros levaram Baule a modificar a expressão analítica da Lei do Efeito da Produção, conservando, porem, a hipótese fundamental. Com esta modificação em vez de se relacionar um único fator de produção variável, considerando todos os outros constantes, generaliza-se o fenômeno fisiológico, com uma única equação, em que se relaciona um número «n» de fatores interdependentes. Supondo-se que a lei se verifique para cada fator de produção, podemos escrever:

$$y = A_1(1 - e^{-c_1 x_1})$$

$$A_1 = A_2(1 - e^{-c_2 x_2})$$

$$A_2 = A_3(1 - e^{-c_3 x_3})$$

$$A_3 = A_4(1 - e^{-c_4 x_4})$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$A_{n-1} = A_n(1 - e^{-c_n x_n})$$

$$y = A_n(1 - e^{-c_1 x_1})(1 - e^{-c_2 x_2})(1 - e^{-c_3 x_3}) \dots (1 - e^{-c_n x_n})$$

A equação — soma é a chamada Equação de Baule.

Este autor instituiu ainda as chamadas *unidades de Baule*, que são a quantidade de fator de produção necessária para elevar esta à metade da produção total, considerando-se constantes todos os outros fatores. Assim, se consideramos os aumentos em porcentagem, a primeira adição de uma unidade de Baule de determinado fator, produzirá um aumento de 50%; a segunda adição da mesma unidade, um outro aumento de 25%; a terceira adição de 12,5% de aumento, e assim por diante (Quadro nº. IV).

2a. - Aproximação da Lei do Efeito — Equação de K. A. Bondorff. Vários experimentadores como Augusto Rippel, R. Meyer e outros afirmaram que, aumentando gradativamente as quantidades de adubo ou um fator qualquer de produção, a Lei de Mitscherlich nem sempre se verificava devido a influência prejudicial provocada por excessiva quantidade de adubo. A hipótese mais aceita é que o adubo, ao lado da ação benéfica, possui outra prejudicial denominada *efeito de prejuízo*. Assim sendo, à medida que se vai aumentando a quantidade de adubos, a produção vai aumentando, tendendo para um limite máximo A, além do qual a produção começará a cair gradativamente, em virtude do efeito prejudicial. Considerando que esse efeito maléfico não pode aparecer subitamente, supõe-se que ambos os efeitos, o benéfico e o prejudicial, se acham associados, mas que este último se acha mascarado por aquele.

Mitscherlich aceitou a objeção baseada em experiência e, supondo o efeito prejudicial proporcional a x , designou por $2k$ a constante do fator de prejuízo, e modificou a sua fórmula, que se transformou na seguinte:

$$y = A(1 - 10^{-cx})10^{-kx^2}$$

mudando a base do sistema para logarítimo vulgar.

Estas duas aproximações da Lei de Mitscherlich são emendas que confirmam a lei, generalizando-a ainda mais, mas sem nenhum interesse prático pelo seguinte:

- 1º. — Para o cálculo de adubação de um fertilizante qualquer, tem-se de considerar um único fator de produção variável e todos os outros constantes. Daí a inutilidade da 1ª. aproximação da Lei do Efeito sob o ponto de vista prático.
- 2º. — Quando se analisa um determinado fator de produção como seja um adubo o objetivo prático é a determinação da quantidade mais econômica, a qual nunca atingirá a quantidade capaz de produzir o máximo de produção.

A principal aplicação da Lei de Mitscherlich é a análise fisiológica dos solos, à qual se determina rigorosa e facilmente pela equação de Mitscherlich, sem modificações, baseado num teste de adubação: com e sem adubo. Ao instruir sua lei, Mitscherlich usou vasos próprios em estufas, de modo a eliminar o mais possível toda causa de erro, nivelando todas as condições menos o fator em análise. Além disso usava um determinado grupo de plantas, entre as quais a aveia, consideradas como padrão. Modernamente se usa experimentar no próprio campo e emprega-se a principal cultura da exploração em vista, obtendo-se assim resultados mais reais, atendendo-se, naturalmente, à técnica da experimentação e ao controle estatístico.

3 - As curvas de crescimento — A Lei de Samuel Brody

Podemos reduzir a dois tipos principais as curvas de crescimento: a das populações, tanto para microorganismos como para os pluricelulares e a dos indivíduos, somente para os últimos (Quadro I). Em todos os casos a observação tem demonstrado, que as curvas de crescimento são sigmoides, tal como a da reação monomolecular (Quadro I).

Fazendo-se a análise estatística, de dados de fonte segura como os de Carlson (8), observamos que no caso dos levedos os dois segmentos, anterior e posterior ao ponto de inflexão da curva, seguem a Lei da Ação das Massas. Para os dois trechos da curva encontramos coeficientes de correlação altamente significante, quando os analisamos separadamente. Para o segmento positivo o valor de « r » foi aproximadamente igual a 1 e para o negativo « r » foi 0,9882. Analisando os dois segmentos conjuntamente, achamos um valor para $r = 0,5646$ apenas significante. Donde a conclusão de que a Lei se verifica para os dois segmentos, mas as constantes « c » das duas equações são diferentes. A transformação da equação curvilínea em retilínea será explicada no capítulo 7.

A curva sigmoide nesse caso é quasi simétrica. O segmento negativo representa a fase auto-cinética e o positivo a fase autostática.

Samuel Brody, eminente professor da Universidade de Missouri (4), que fez estudos completos com dados de crescimento de animais, verificou que o segmento positivo da curva segue a referida lei, enquanto que o segmento negativo segue a Lei dos Juros Compostos Contínuos, cuja equação diferencial é $\frac{dy}{dx} = cx$, e a integral é $y = A \cdot e^{cx}$.

Fazendo-se a análise em dados obtidos do crescimento de plantas (19 e 30) notamos idêntica anomalia do crescimento individual em relação ao crescimento de uma população (Quadro III).

As curvas individuais de animal e planta são assimétricas (Quadro I). O segmento negativo é muito menor que o positivo. Considerando que, para os animais o ponto de inflexão coincide com a puberdade (4) e que nos vegetais também é no início (Quadro I), a resolução dos problemas práticos fundados no crescimento serão baseados na Lei que rege a fase autostática do crescimento, isto é, a fase regida pela Lei da Ação das Massas.

Dentre as inúmeras utilidades da Equação de Samuel Brody, citaremos como exemplo o controle da lactação do gado, pois a curva de lactação é análoga à do crescimento, em virtude da correlação existente entre a lactação e o crescimento.

4—Justificação teórica da Lei Mitscherlich — Samuel Brody

Se essas duas leis têm a mesma equação e a mesma curva da Lei da Ação das Massas, relativamente às reações monomoleculares, se conseguirmos provar que o fenômeno vital se passa segundo esta lei, parece-nos demonstrada a sua justificação teórica.

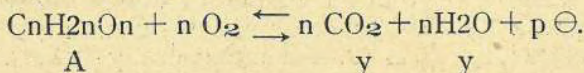
Para isso consideremos a célula vegetal clorofilada, que é uma unidade biológica, onde se processam não só fenômenos de análise como também de fotossíntese. Se os nossos conhecimentos sobre a bioquímica vegetal nos permitissem representar todas as reações, que se passam no citoplasma, teríamos uma série de equações químicas. Dentre elas figurariam duas equações constantes a todos os vegetais clorofilados: uma correspondente à fotossíntese e a outra à respiração aeróbica. Considerando, que o primeiro corpo que se forma pela fotossíntese é um hidrato de carbono, designemo-lo por $C_n H_{2n} O_n$ e teremos:

Fotossíntese: $n CO_2 + n H_2O + p \ominus \rightarrow C_n H_{2n} O_n + n O_2$.

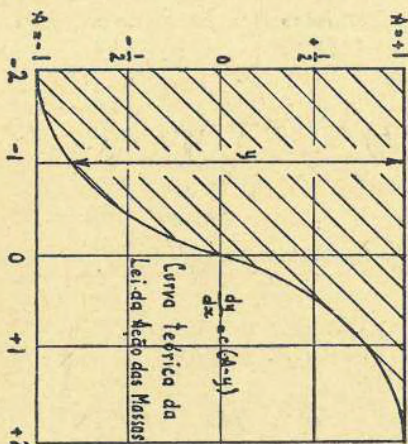
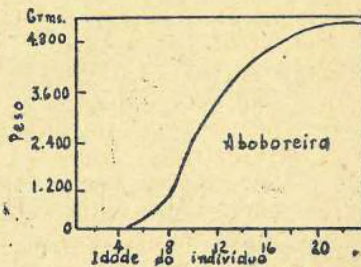
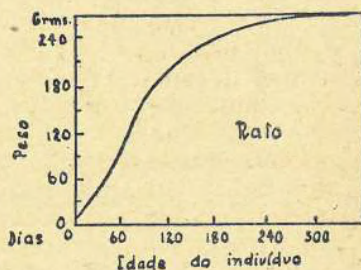
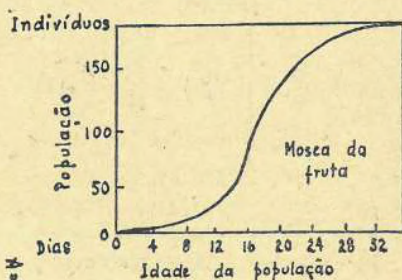
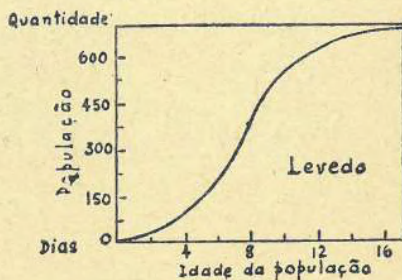
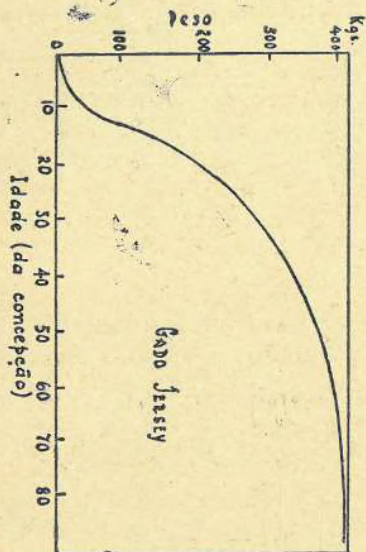
Respiração: $C_n H_{2n} O_n + n O_2 \rightarrow n CO_2 + n H_2 O + p \ominus$.

Representamos a energia consumida na primeira reação e a desprendida na segunda equação por $p \ominus$ (um número p de electrons), onde $p \ominus = (2n + 2) \ominus$.

Analisando estas duas equações verificamos tratar-se de reações de óxido-redução, susceptíveis de serem grupadas numa única reação reversível:



Curvas de crescimento



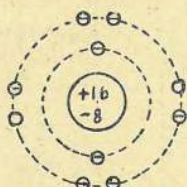
Os cinco primeiros quadros foram
citados por S. Brody (4)

QUADRO I

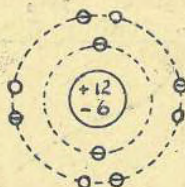
Representação das moléculas e átomos:



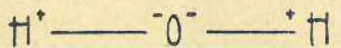
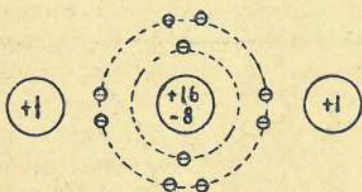
H



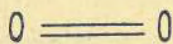
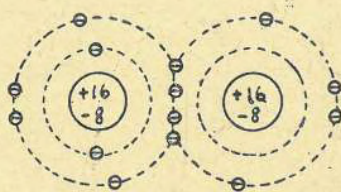
O



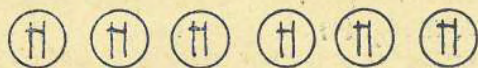
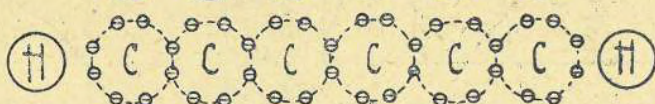
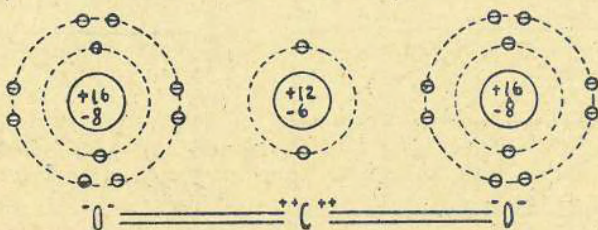
C



Heteropolar - Eletrovalência



Homopolar - Covalência



QUADRO II

Covalências

Molécula
de
Glicose

Mas voltando à série de reações químicas que imaginamos representativa de todas as reações bioquímicas, que poderiam passar no citoplasma, somemo-las membro a membro, qualitativamente. A equação soma será esta equação reversível, visto anularem-se qualitativamente todos os produtos intermediários. A esta equação chamaremos equação vital, mesmo porque representa as reações extremas do fenômeno vital.

Ora, esta equação reversível e bimolecular, pode ser considerada como monomolecular, de vez que o oxigênio gasto na respiração existe abundantemente na atmosfera. De fato, o O_2 e o CO_2 não são considerados fatores limitantes do crescimento ou da produção.

Então, representando por A a concentração do hidrato de carbono, por « y » as concentrações de CO_2 e de H_2O , num determinado tempo « x » podemos escrever a conhecidíssima equação matemática da cinética química $\frac{dy}{dx} = c(A-y)$.

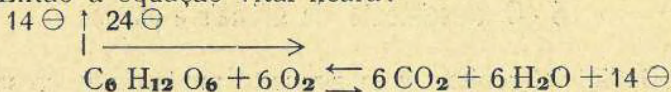
Esta equação diferencial é a expressão analítica da Lei de Guldberg e Waage para o caso das reações monomoleculares. Nesta equação $\frac{dy}{dx}$ representa a velocidade num dado tempo « x » e $A-y$ a concentração de hidrato de carbono nesse mesmo instante, e « c » um coeficiente de proporcionalidade.

5—A armazenagem de energia pelas plantas

Analisemos agora a equação vital sob o ponto de vista da óxido-redução. Para isso, figuremos as moléculas de CO_2 ; O_2 ; H_2O e do hidrato de carbono segundo a teoria electrônica (Quadro II). As moléculas de H_2O e do CO_2 são heteropolares e seus átomos se ligam por electrovalência, enquanto que as do O_2 e da cadeia do hidrato de carbono são homopolares e seus átomos se ligam por covalência. (Quadro II).

Para simplificar, figuremos o caso da glicose como o primeiro hidrato de carbono formado pela fotossíntese: (Quadro II).

Então a equação vital ficará:



No sentido da esquerda para direita nesta reação de óxido-redução a glicose oxida-se perdendo 38 electrons, (os que rodeiam os átomos de C), (Quadro II) dos quais 24 vão

reduzir a oxigênio, tornando-o bivalente e os 14 electrons excedentes constituem a energia livre capaz de realizar outras reações.

Resulta daí a conclusão de que o fenômeno vital, em última análise, é um fenômeno de óxido-redução; isto é, um fenômeno puramente elétrico, em cujas reações os electrons se movimentam de um corpo denominado redutor para outro denominado oxidante.

No transcurso da fotossíntese a energia radiante sensibiliza a clorofila, verificando-se então, o fenômeno foto-elétrico, que promove as reações de óxido-redução, ou ainda de polimerização, como o da transformação dos monosacarídeos em polisacarídeos (11). O número de electrons armazenados sob a forma de composto orgânico, depende do número de ligações da cadeia de átomos de carbono e da natureza dessas ligações.

Na equação vital geral, igualamos o número de electrons nos dois membros da igualdade, representando por p (um número p de electrons); que num sentido representa a energia armazenada. (Fotossíntese) e no sentido inverso a energia posta em liberdade (Respiração).

Em resumo, quando se estudam os processos bioquímicos da célula vegetal nota-se que a atividade vital, neste sentido, pode ser reduzida a três:

- 1º — Captura e armazenagem da energia — Fotossíntese.
- 2º — Consumo da energia durante o metabolismo — Respiração.
- 3º — Manutenção do equilíbrio osmótico — Polimerização e Insolubilização.

Para manter o seu equilíbrio osmótico, diante da necessidade de armazenar a energia a planta polimeriza os glucídios que fabrica, como por exemplo a glicose em sacarose; ou polimeriza-os ainda mais insolubilizando-os, como no caso do amido; de vez que a pressão osmótica é função da concentração do soluto e independentemente do tamanho das partículas.

6 - O crescimento de animais e plantas

De início, repitamos o conceito moderno de crescimento em Biologia. Para isso imaginemos duas sementes de milho, por exemplo, com a mesma carga hereditária. Se fizermos germinar em água destilada as duas sementes devidamente pesadas: uma em obscuridade e outra em presença

da luz; verificaremos no fim de poucos dias, que ambas possuem a mesma aparência, o mesmo crescimento aparente. Mas se secarmos as referidas plantinhas numa estufa notaremos que a plantinha clorótica perdeu peso, enquanto que a outra ganhou. No primeiro caso, não havendo luz, não houve clorofila e consequentemente não houve fotossíntese. A plantinha germinou e desenvolveu-se graças às reservas que possuía, gastando-as no ato da respiração, mas não houve crescimento. No segundo caso, houve crescimento, pois a plantinha verde, graças à clorofila pôde incorporar ao próprio «substratum», a água e o gás carbônico que retirou do meio em que viveu.

Dai entender-se por crescimento a captura da energia; a transformação da matéria inorgânica em orgânica; ou em outras palavras o aumento em peso de matéria seca. Assim sendo, o crescimento pode ser considerado como a expressão do fenômeno vital. Por outro lado analisando a equação vital, verificamos que o coeficiente respiratório é igual a unidade: $q = \frac{nO_2}{nCO_2} = 1$ e que esse coeficiente diminui à medida que o anabolismo supera o catabolismo; logo o coeficiente respiratório é um índice do crescimento das plantas.

O crescimento não é função da velocidade da multiplicação celular, como se poderia pensar, se assim fosse a curva de crescimento seria uma curva cuja equação seria $y = 2^x$ onde «x» seria o tempo necessário à divisão dicotômica. O controle do crescimento se faz pelo mecanismo da auto-incorporação ao organismo, dos materiais extraídos do meio.

Concluindo podemos dizer que o crescimento dos organismos vivos segue a Lei da Ação da Massa, pelo menos na fase autostática cuja expressão analítica é $\frac{dy}{dx} = c(A-y)$ e, consequentemente, a todos os fenômenos biológicos, que se processarem de maneira análoga, isto é, que forem funções lineares do crescimento, poderemos aplicar a mesma lei.

7—Razão ou relação de crescimento

Integrando a equação da lei do crescimento $\frac{dy}{dx} = c(A-y)$ obtemos: $\log \frac{A}{A-y} = cx$ ou $\log \frac{A-y}{A} = -cx$

Ora a relação $\frac{A}{A-y}$ representa a variação da velocidade do crescimento, portanto, designemo-la como razão ou relação de crescimento.

De acordo com esta convenção podemos concluir que para o segmento positivo da curva sigmoide individual e para os dois segmentos da curva sigmoide de população, o logarítmo da relação de crescimento dos organismos vivos é inversamente proporcional ao tempo.

No caso de considerarmos a produção, poderemos enunciar que o logarítmo da relação do rendimento é inversamente proporcional, por exemplo, à quantidade de elementos fertilizantes ou de outro fator de produção.

Esta última equação oferece-nos o meio de se determinarem os coeficientes de regressão e de correlação, pela transformação da equação curvilínea em retilínea. A equação $\log \frac{A}{A-y} = cx$ é do tipo $Y = bx$, que é a equação da linha reta.

Por velocidade de crescimento se entende aqui, como é evidente, a velocidade média, sem cogitarmos dos fatores, que influem nas variações desse fenômeno. Assim, quando se designa a velocidade de um trem entre duas estações distantes, por exemplo, Rio e Belo Horizonte, apesar da sua velocidade estar constantemente variando, quando se pergunta a velocidade com que percorre esse trecho referimo-nos à velocidade média. Enquanto «c», expressão [da velocidade, é uma constante específica, $\frac{A-y}{A}$ relação ou razão de crescimento, é uma característica genérica.

8 - Comparação entre as curvas de Mitscherlich e de Vageler

A semelhança aparente entre as curvas de Mitscherlich e de Vageler, levou-nos a verificação das relações existentes entre elas.

Para base de comparação, tomamos sobre os mesmos eixos coordenados valores para abcissas, que produzissem a mesma porcentagem de efeito. Assim, o primeiro valor de «x» corresponderia a 1/2 ou 50% de aumento no rendimento máximo. Fazendo $A = 1$ (100%) e fazendo variar igualmente x nas duas equações calculamos os quadros que se seguem:

Equação de Mitscherlich: $y = A (1 - e^{-cx})$

x	0	1	2	3	4	5	
y	0	1/2	3/4	7/8	15/16	31/32	

$$\text{Equação de Vageler: } y = \frac{x A}{x + c A}$$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6

Comparando as duas equações, os dois quadros e as duas curvas correspondentes (Quadro IV) verificamos que na equação de Vageler, que é uma função hiperbólica, os valores de «y» crescem mais lentamente que na equação transcendente de Mitscherlich.

Vageler instituiu a sua lei baseado em inúmeras experiências, cuja expressão analítica relaciona a adsorção d'água ou a adsorção dos cátions pelas partículas coloidais do solo. Vejamos o primeiro caso, o da higroscopicidade dos solos. Se secarmos na estufa uma fração conveniente do solo à temperatura de 105°C esta ficará isenta d'água. Colocando-a agora em presença de vapor d'água, num dessecador contendo H_2SO_4 a 10%, a adsorção d'água se fará com uma velocidade, cuja representação gráfica seria a curva que tem por equação $y = \frac{x A}{x + c A}$.

Analizando as duas curvas verificamos que são assintóticas, e que a assintota tomou o valor limite $A = 1$ (Quadro II).

Edilberto Amaral em seu magnífico trabalho (1) a respeito da Lei de Vageler, no que diz respeito a higroscopicidade dos solos, analisou por meio da estatística, dados que obteve de solos nordestinos, tendo chegado à conclusão que pela análise de «variance» que fez não se pode dizer que esta lei seja verdadeira, mas afirmou também que é tão próxima da verdade que praticamente se pode considerá-la como tal. Todavia, há ainda quem julgue inseguro o uso de tal lei em se tratando de casos singulares, o que em absoluto não vem afetar a sua existência.

Aproveitando os dados de Edilberto do Amaral, calculamos pelo mesmo processo de extrapolação os diferentes valores de A com a equação de Mitscherlich, mas encontramos valores tão abaixo do calculado pela equação de regressão, que se dispensou uma análise estatística.

AMOSTRA	1	2	3	4	5	6	7	8	REGRESSÃO
Equação de Vageler	10,18	10,06	10,06	9,94	10,07	8,85	10,04	9,81	10,15
Equação de Mitscherlich	9,05	8,92	8,90	8,92	8,87	8,86	8,88	8,82	

Alias basta observar as duas curvas no quadro IV para notarmos que o limite A na curva de Mitscherlich se aproxima mais rapidamente da curva, salvo o primeiro valor de «x» que são iguais.

Nesta altura cabe aqui uma observação. De fato, considerando que a planta e o solo constituem um sistema osmótico, haverá uma luta entre as forças atrativas emanadas de uma e de outro, na retenção do mesmo elemento (6). No caso da água, afora o meio de defesa que a planta possui de aumentar a sua pressão osmótica pela solubilização das suas reservas, ainda assim, a adsorção pela planta regida pela lei de Mitscherlich é superior à adsorção dos colóides regida pela lei de Vageler. (Quadro IV).

9 — Conclusões

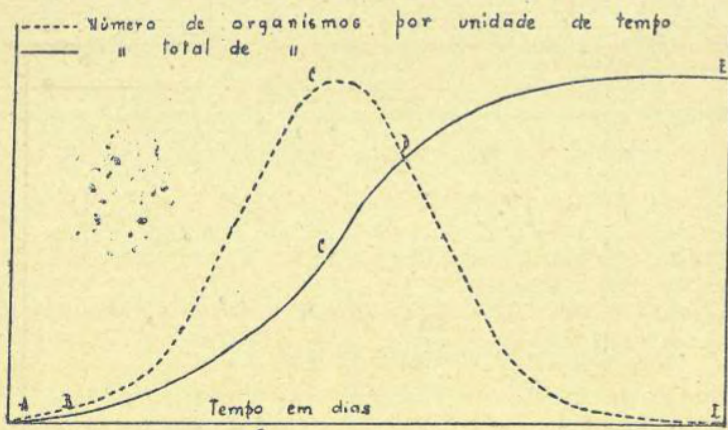
1) O crescimento é a expressão do fenómeno vital que pode ser representado por uma reacção reversível, considerada monomolecular, regida pela Lei da Ação das Massas de Guldberg e Waage.

2) As leis de Mitscherlich do crescimento das plantas e a de Samuel Brody do crescimento dos animais pluricelulares, são verdadeiras porque têm por expressão analítica a mesma equação matemática da reacção monomolecular da Lei da Ação das Massas, a qual rege a 2ª. fase autostática do crescimento dos organismos vivos.

3) Os dois segmentos das curvas sigmoides do crescimento das populações parecem seguir em geral a Lei da Ação das Massas, podendo a constante c (velocidade) ser diferente.

4) O segmento positivo das curvas sigmoides assimétricas do crescimento individual seguem em geral a referida Lei da Ação das Massas e cuja equação de curva é $y = A(1 - e^{-\alpha x})$ enquanto que o segmento negativo segue a Lei dos Juros Compostos Contínuos, cuja equação da curva é $y = A \cdot e^{\alpha x}$.

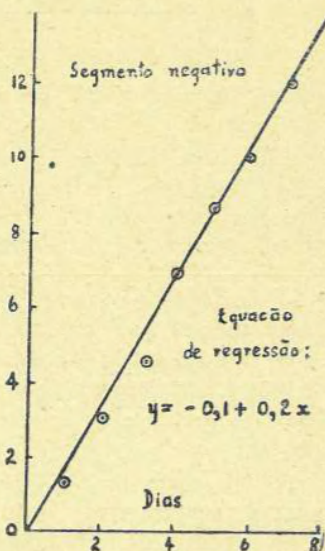
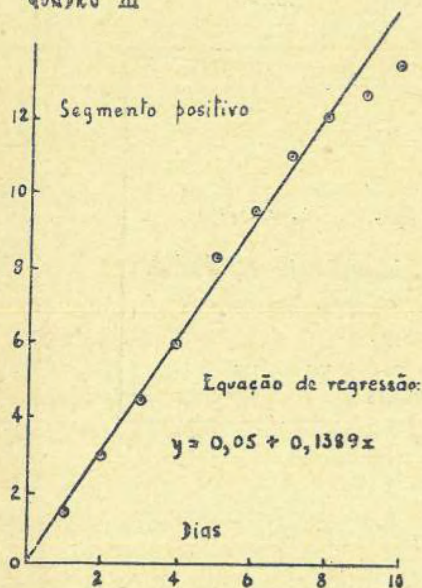
Curvas de crescimento de levedos (Carlson) (8)

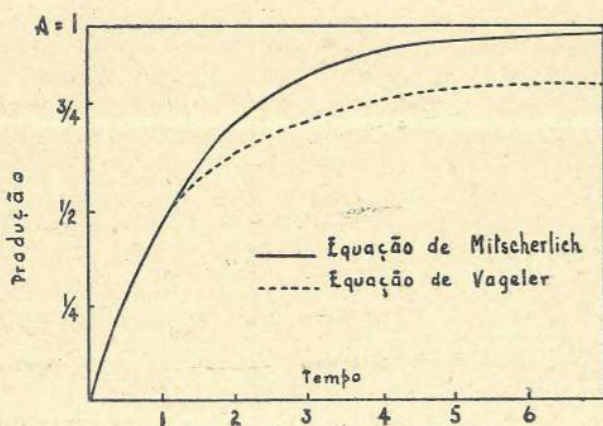
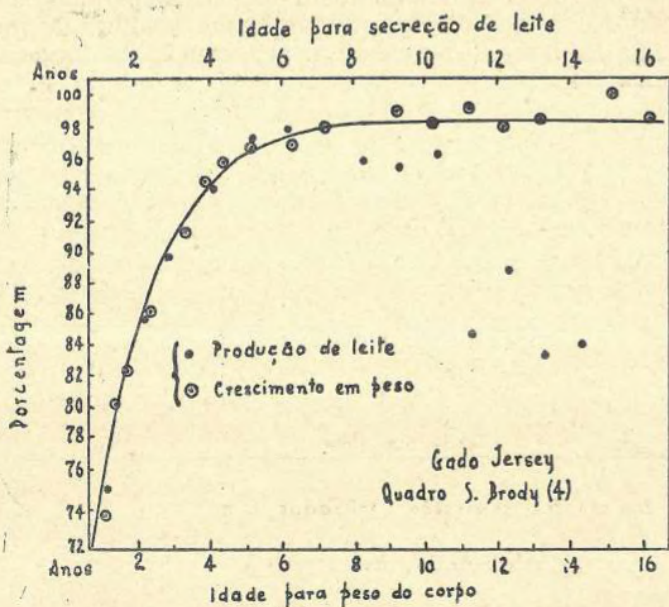


Curvas de regressão aplicadas a

Lei da Ação das Massas

QUADRO III





QUADRO IV

5) Todos os fenômenos biológicos dependentes do crescimento e a ele correlacionados, como a altura do indivíduo, a ação de um nutriente sobre a produção, a lactação, etc., se processarão de um modo geral de acordo com as Leis do crescimento.

6) Considerando que economicamente só nos interessa o segmento positivo da curva, que se inicia nos primeiros anos de vida do organismo, ficam assim justificadas as utilíssimas leis de Mitscherlich e de Samuel Brody.

10 — BIBLIOGRAFIA

- 1 — AMARAL, Edilberto — Irrigação e Física do Solo — Boletim n.º 1 — Vol. XIV — Junho a Setembro — 1940 — Inspetoria Federal de Obras Contra as Secas — M. V. e O. P.
- 2 — ANDRÉ, Gustavo — Química Agrícola — Enciclopédia Agrícola G. Wery Salvat Editores S. A. — Barcelona — 1928.
- 3 — BASSET, Henri — The Theory of Quantitative Analysis — George Routledge & Sons Ltda. — London — 1925.
- 4 — BRODY, Samuel — Growth and development -- III — Growth Rates, their evaluation and Significance — Boletim n.º 97 — Janeiro 1927 — X — The Relation between the Course of Senescence with Special Reference to Age Changes in Milk Secretions Boletins n.º 105 -- Junho de 1927.
- 5 — BUCHANAN, R. E. and FULMER — Ellis I. — Physiology and Biochemistry of Bacteria -- Vol. I — The Williams & Wilkins Co. Baltimore — 1928.
- 6 — CAMARGO, Theodureto de e VAGELER, Paulo — Análises de Solos — Boletim técnico n.º 24 — Instituto Agrônomo de Campinas — 1926.
- 7 — CHODAT, R. — Principes de Botanique — Bailliére & Fils — Paris 1920
- 8 — COBERT, A. Steven — Biological Processes in Tropical Soils — W. Heffer & Sons Ltda. — Cambridge — 1935.
- 9 — CZAPECK, Faederick — Chemical Phenomena in Life — Haper & Brothers — London — 1911.
- 10 — DUTCHER, R. Adams and HALLEY, Dennis E. — Introduction to Agricultural Biochemistry — John Willey & Sons, Inc. 1932.

- 11 — EGGERT, John — Química Física — Editorial Labor — 1930.
- 12 — F. T. D. (Coleção) — Physico-Chimica — Livraria Paulo Azevedo — 1932.
- 13 — FALK, R. Georges The Chemistry of Enzymes — Actions — The Chemical Catalog. Co. Inc. — 1924.
- 14 — FRANCO, Alcides — A evolução da ciência do solo — Vol. nº. 4 Ano I -- Outubro — Rev. Rodriguesia.
- 15 — GAIN, Edmundo — Química Agrícola — Casa Editorial Salvat — Barcelona — 1921.
- 16 — GROSSMAN, José — A lei de Mitscherlich sobre o efeito dos fatores de vegetação e sua aplicação na análise e adubação de solos — Bol. nº. 8 — Maio 1934 — E.V.A. «Elizeu Maciel».
- 17 — KARRER, P. — Química Orgânica — Editorial Marin — Barcelona — 1937.
- 18 — KOSTITZIN, V. A. — Biologie Mathématique — Collection Armand Colin nº. 200 — 1937.
- 19 — MEYER, Bernard e and ANDERSEN, Donald B. — Plant Physiology — D. Van Nostand Co. Inc. — New York — 1939.
- 20 — MILLER, Edwin C. — Plant Physiology — McGraw-Hill Book Co. Inc. Ney York — 1938.
- 21 — MOHR, Wilckelm, Jovim, Labeno e Freitas, Gaspar Gomes — Mapa edafológico da Estação Experimental Fitotécnica da Fronteira — Anais do II Congresso Rio-grandense de Agronomia — 1º. Vol. 1940.
- 22 — ONSLOW, Muriel Veldale — The Principles of Plant Biochemistry Cambridge — University Press — 1931.
- 23 — RABER, Oran — Principles of Plant Physiology — The Mac Millian Co. — Ney York — 1928,
- 24 — RUSSEL, E. John — Condiciones del Suelo Y Crescimento de Las Plantas — Editorial Poblet — 1934.
- 25 — RUSSEL E. John — Plant Nutrition and Crop Production — University of California Press — 1926.
- 26 — SERRÃO, Alberto Nunes — Lições de Matemática para Médicos e Químicos — Livraria do Globo — 1941.
- 27 — SETZER, José — a) Avaliação da Fertilidade do Solo Bragantio — Vol. nº. 5 — Maio — 1941.
b) As características dos principais solos do Estado de São Paulo — Vol. I — nº. 4 — Abril — 1941.

- 28 — SOILS and MEN — YearBook of Agriculture — 1938
U. S. Dept. of Agriculture.
- 29 — SNEDECOR, George W. — Statistical Methods — Col-
legiate Press Inc. Ames — Iowa — 1937.
- 30 — STRANSBURGER, Eduardo — Tratado de Botânica —
Manuel Marin, Editor — Barcelona — 1935.
- 31 — SZENT-GIORYL, A. Von — Whatever a cell does ...
Chrônica Botânica Vol. 6 — N.º 8. Janeiro, 1941.
- 32 — THATCHER, Roscoe W. — The Chemistry of Plant
Life — Mc. Grand. Hill Book Co. 1941.
- 33 — THOMAS, M. — Plant Physiology — Blakiston — U. S. A.
- 34 — WATTIEZ, N. et STERNON, F. — Chimie Vegetale —
Masson & Cia — 1335
- 35 — WILLCOX, O. W. — A B C of Agrobiology — W. W.
Norton & Co. Inc. — New York — 1937.
-0.....

• CLICHÉS
• RAPIDOS
• PERFEITOS

GRAVURA SÃO JOSÉ

RUA ESPIRITO SANTO, 945

TEL. 2-6546

Presteza absoluta para o interior

BELO HORIZONTE