

UMA RAÇÃO DE CUSTO MÍNIMO PARA FRANGOS*

Raimundo Nonato de Miranda Chaves
Luiz Julião Braga Filho
José Luiz Veloso Maia**

1. INTRODUÇÃO

O objetivo precípua do presente trabalho é mostrar ao nutricionista animal e ao fabricante de rações a técnica poderosa, flexível e precisa que se encontra à sua disposição, sem que se exijam deles conhecimentos sofisticados de matemática (2). Eventualmente, poderá ser também usado em cursos de iniciação à programação linear, como um exemplo de aplicação.

1. 1. Informações Qualitativas

O arraçãoamento animal deve ser analisado não só sob o aspecto nutricional, mas também sob o aspecto econômico. É importante que a ração fornecida ao animal satisfaça todas suas exigências, mas é igualmente importante que seu custo seja tal que propicie lucros à empresa agrícola (6).

* Recebido para publicação em 7-4-1970.

** Respectivamente, Prof. Assistente da Escola Superior de Agricultura da Universidade Federal de Viçosa, Acadêmico do 2º ano de Agronomia da Escola Superior de Agricultura e Extensionista do Conselho Nacional do Desenvolvimento da Pecuária - MG (CONDEPE-MG).

A necessidade de fornecer uma mistura tecnicamente equilibrada é causada pelo potencial produtivo que o animal representa e deverá desenvolver. Quando há deficiência alimentar as funções metabólicas são, de algum modo, incompletas, restringindo a capacidade de produção (5).

Em se tratando de aves, o balanceamento de uma mistura torna-se bastante complexo, em consequência da relação cálcio-fósforo, energia-proteína, limitação nos teores de fibra e de gordura, necessidade de aminoácidos essenciais, além de outras considerações encontradas na literatura pertinente (7).

A presença de componentes obrigatórios numa mistura, porque contêm "fatores não identificados de crescimento", tais como: farinhas de alfafa, de peixe e de carne, a exigência de um limite máximo, em percentagem da mistura, para componentes que contêm substâncias tóxicas, como o caso da torta de algodão, constituem outras restrições na determinação da mistura (4).

1. 2. Informações Quantitativas

As informações quantitativas necessárias ao balanceamento de uma mistura são grupadas em três áreas: (a) relação dos alimentos disponíveis e respectivos custos; (b) composição dos alimentos; (c) limitações de natureza nutricional.

Consideraram-se disponíveis, no presente trabalho, 20 diferentes tipos de alimentos, cuja relação, custo e composição estão reproduzidos no quadro 1 (1).

As limitações de natureza nutricional estão reproduzidas no quadro 1, contudo se faz necessário um ligeiro comentário que justifique os valores ali existentes.

A relação entre a quantidade de energia produtiva e a quantidade de proteína de uma mistura é importante, porque o consumo de alimento é limitado pela quantidade de energia. Atingido o limite de energia que a ave pode metabolizar, ela deixará de se alimentar, e se naquela quantidade de alimento ingerido não houver suficiente proteína, ocorrerá decréscimo na produção. A mistura deverá conter cerca de 2.100 Kcal de energia produtiva por quilo de mistura.

Com relação aos minerais, os mais importantes são cálcio e fósforo, e para que sejam utilizados eficientemente é necessário que sejam absorvidos na proporção aproximada de 2 para 1. Quando em quantidades excessivas podem afetar a

QUADRO 1 - Custo e composição dos alimentos

	CUSTO	PROTEÍNA BRUTA	GORDURA	FIBRA	CÁLCIO	FÓSFORO ORGÂNICO	FÓSFORO INORG.	METIONINA	CISTINA	LISINA	TRIPTOFANO	ENERGIA PRODUTIVA ³
Alfafa (farinha)	0,60	20,00	1,10	9,00	1,61	0,38	-	0,10	0,40	1,10	0,30	8,47
Algodão (farelo) ¹	0,30	41,40	5,80	11,00	0,18	1,15	-	0,66	0,82	1,61	0,57	17,60
Algodão (farelo) ²	0,30	41,60	1,60	11,00	0,15	1,10	-	0,66	0,82	1,61	0,57	17,60
Amendoim (farelo)	0,38	45,80	5,90	11,00	0,17	0,57	-	0,40	0,70	2,30	0,50	18,83
Aroz (farelo)	0,12	13,50	15,10	11,00	0,06	1,82	-	0,20	0,11	0,42	0,10	15,36
Carbonato de Cálcio	0,80	-	-	-	40,00	-	-	-	-	-	-	-
Carne (farinha)	0,38	53,40	9,90	2,00	8,19	-	3,71	1,13	1,61	3,98	0,41	20,88
Carne Ossos (farinha)	0,35	50,00	10,60	2,00	10,67	-	5,27	0,70	0,60	2,68	0,20	19,23
Fígado (farinha)	0,50	66,50	15,10	1,00	0,57	-	1,25	1,50	0,91	4,10	0,78	22,68
Fosfato dicálcio	0,40	-	-	-	23,30	-	18,00	-	-	-	-	-
Fosfato monocalcico	0,35	-	-	-	15,90	-	24,60	-	-	-	-	-
Germeim (torta)	0,32	47,90	5,10	5,00	2,03	1,29	-	1,20	0,60	1,20	0,60	-
Leite desnatado (po)	0,80	33,10	1,10	0,60	1,28	-	1,04	0,78	0,43	2,53	0,44	13,18
Milho (tuba)	0,20	9,00	4,30	2,00	0,02	0,33	-	0,22	0,11	0,21	0,07	23,74
Ossos (farinha)	0,35	-	-	-	30,10	-	14,50	-	-	-	-	-
Ostras (farinha)	0,10	-	-	-	38,00	-	-	-	-	-	-	-
Soja (farelo)	0,48	45,00	0,90	6,00	0,38	0,67	-	0,52	0,60	2,98	0,84	16,74
Trigo (farelo)	0,13	16,00	4,10	10,00	0,14	1,24	-	0,21	0,26	0,53	0,22	10,87
Peixe (farinha)	0,60	16,30	6,80	1,00	5,49	-	2,81	1,80	0,90	5,49	0,50	20,70
Trigo (farelinho)	0,13	15,30	4,00	8,00	0,09	1,02	-	0,28	0,24	0,46	0,20	15,27

Observações: Fonte: CAMPOS (1)

O custo dos ingredientes foram coletados em Vigosa - MG

Custo em Cr\$

Componentes não especificados, em %

1 - Obtido pelo processo "expeler"

2 - Obtido pelo processo "solvente"

3 - Kcal por 10 gramas

assimilação de manganês. A quantidade de fósforo total é constituída de partes iguais de fósforo orgânico e fósforo inorgânico. O fósforo orgânico é de origem vegetal, enquanto que o fósforo inorgânico é proveniente de subprodutos de origem animal e produtos minerais. A necessidade de discernir estas duas modalidades de fósforo reside no fato de que, aproximadamente, 70% do fósforo orgânico encontra-se sob a forma de fósforo-fitina, e não ser prontamente assimilável (3).

O ferro, cobre, iodo e cobalto, normalmente em quantidades deficientes nos alimentos, devem ser supridos pela mistura vitamínico-mineral, também denominada "premix", enquanto o sal comum atende às necessidades de cloreto de sódio e iodo (6).

Recomenda-se a inclusão de determinados alimentos em qualquer mistura para aves, deste modo a farinha de alfafa é um componente obrigatório porque além de conter "fatores não identificados de crescimento" é rica em pigmentos, que intensificam a cor amarela da pele dos frangos. A farinha de peixe é outro componente essencial, entretanto, sua proporção na mistura deve ser limitada, porque há possibilidade de modificar o sabor da carne (4).

Por outro lado, há alimentos que poderão ser utilizados na composição de uma mistura, desde que se tenha o cuidado de estabelecer um limite máximo para que tais alimentos não sejam prejudiciais às aves. Nesta situação classificam-se o farelo de amendoim e o farelo de algodão. A quantidade máxima de farelo de amendoim recomendada para frangos de corte não deve ser superior a 4% da mistura total. Esta limitação se deve à possibilidade de ter havido o desenvolvimento de fungos, quando da colheita do amendoim. A consequência do desenvolvimento de tais fungos é a produção de "aflatoxinas" (3).

A proporção recomendável de farelo de algodão não deve ir além de 4% da mistura, uma vez que há sempre possibilidades de o teor de "gossipol" do farelo ser elevado (5).

Quanto aos aminoácidos metionina e cistina, recomenda-se que a soma de suas proporções na mistura não seja inferior a 0,8%, sendo que a metionina deverá participar com um mínimo de 0,45% da mistura (5).

2. CONSTRUÇÃO DO MODELO

Conhecidos os valores numéricos e ainda as restrições impostas para solução do problema de balanceamento da mistura, a fase seguinte consiste na construção de um modelo matemático, que permite um enfoque conjunto das relações entre as variáveis. Considera-se que a construção do modelo deva ser sistematizada, abordando cada etapa de per si, a fim de que se possa compreender todas as suas nuances.

2.1. Um Sistema de Desigualdades Lineares

As informações, reproduzidas nos quadros 1 e 2, devem ser relacionadas da forma seguinte: simbolizando os diferentes tipos de alimentos pela variável

$$x_i \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

a proporção de nutrientes que cada alimento contém, pelo coeficiente

$$a_{ij} \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

e os limites máximos, mínimos e fixados, pelo coeficiente

$$b_j \text{ para } j = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

então a quantidade de um dado nutriente fica restringida por desigualdade da forma (4) e (5).

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1 \quad (4)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_2 \quad (5)$$

para todos os nutrientes, as restrições impostas ficam então expressas por um sistema de desigualdades lineares, com uma ou duas inequações para cada nutriente, dependendo da existência de um limite máximo, mínimo ou fixado ou se há dois limites: máximo e mínimo.

O sistema de desigualdades lineares, usando um simbolismo compacto está expresso em (6).

$$AX (=, \leq, \geq) B \quad (6)$$

tal que: cada tipo particular de alimento constitui-se um elemento do vetor X. O conjunto de nutrientes formado pela proteína, gordura, cálcio etc., forma o vetor B. O conjunto de valores numéricos do quadro 1, à exceção daqueles expressos na primeira linha, isto é, à exceção daqueles relacionados à função custo, forma a matriz A de ordem $(m \times n)$.

QUADRO 2 - Exigências nutricionais para frangos de corte, em percentagem

PROTEÍNA BRUTA	mínimo	22
	máximo	23
GORDURA	mínimo	2,5
	máximo	4,5
FIBRA	mínimo	2,5
	máximo	3,5
CÁLCIO		1,0
FÓSFORO TOTAL		0,8
FÓSFORO INORGÂNICO		0,4
ENERGIA PRODUTIVA ¹		2.100
LISINA	mínimo	1,00
TRIPTOFANO	mínimo	0,20
METIONINA	mínimo	0,45
CISTINA		0,35
PREMIX		1,00
SAL COMUM		0,50

FONTE: NRC

1 - em kcal por kg de mistura.

2. 2. Um Sistema de Equações Lineares

O sistema de desigualdades lineares (6) deve ser transformado num sistema de equações lineares. Uma das técnicas usadas é introduzir em cada inequação uma variável não negativa, denominada variável de folga ou variável de compensação. A introdução de tais variáveis é feita através de simples soma algébrica. Desta forma, o vetor X fica aumentado de tantos elementos quantas são as desigualdades do sistema. Os coeficientes das variáveis de compensação, isto é, os novos elementos da matriz A, aumentada no sentido das colunas,

são sempre iguais à unidade. Afetados do sinal positivo quando a desigualdade é "menor do que" e negativo quando a desigualdade é "maior do que".

Dêste modo a matriz A, aumentada, é simbolizada em forma de sub-matriz

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{23} \\ A_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

onde A_{11} , de ordem $(i \times m)$, tal que i simboliza o número de inequações "menor que", ou seja o número de limites máximos no quadro 2; A_{21} , de ordem $(j \times m)$, j simboliza o número de inequações "maior do que", isto é o número de limites mínimos no quadro 2; A_{31} , de ordem $(k \times m)$, k simboliza o número de limites fixados; A_{12} é a matriz identidade de ordem i ; A_{23} também é matriz identidade, apenas afetada do sinal negativo e de ordem j . Enquanto 0's representam matrizes nulas.

Por outro lado, a matriz coluna X, aumentada, em termos de sub-matrizes se apresenta como:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

onde X_1 , de ordem $(m \times 1)$, simboliza os alimentos; X_2 de ordem $[(i-j) \times 1]$, simboliza as variáveis de compensação.

A matriz coluna B, aumentada, se apresenta como:

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}$$

onde B_1 , B_2 e B_3 de ordem $(i \times 1)$, $(j \times 1)$ e $(K \times 1)$ simbolizam, respectivamente, os nutrientes com limites inferiores, superiores ou fixados, contidos no quadro 2.

Dêste modo, o sistema de desigualdades (6) fica simbolizado numa forma compacta pelo sistema de equações lineares

$$AX = B \quad (7)$$

Isto é o mesmo que substituir as inequações (4) e (5) pelas equações (8) e (9).

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n - x_{n-1} = b_1 \quad (8)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+2} = b_2 \quad (9)$$

tal que x_{n-1} e x_{n-2} são variáveis de compensação.

O sistema de equações lineares (7), com coeficientes numéricos está reproduzido no quadro 3, onde as equações estão identificadas com nomes específicos. O quadro 3 contém ainda a equação identificada com a palavra CUSTO e sete outras seguindo à equação BASE, além das variáveis ARTF1 e ARTF2 que serão explicadas a seguir.

2.2.1. Restrição para Pêso

O sistema de equações lineares construído no quadro 3 contém coeficientes relativos a uma base, no caso 100. Isto implica que, no conjunto de soluções do sistema, tem-se que determinar um subconjunto de soluções. O subconjunto é formado pelas soluções tais que a soma dos alimentos seja igual a 100. Para determiná-lo, faz-se necessário a introdução de mais uma equação no sistema. A nova equação, identificada pela palavra BASE, contém todas as variáveis, exceto as variáveis de compensação, e, todas elas, com coeficiente unitário. O termo constante desta equação é igual a 100.

2.1.2. Restrições para Variáveis

Não raras vezes uma limitação é imposta de tal forma que atinja duas ou mais variáveis. Assim, se se deseja que as proporções dos alimentos x_1 e x_2 não ultrapassem determinado valor, ou, por exemplo, que as quantidades de farelo de algodão, de farelo de amendoim devem ser tais que a sua soma seja inferior a 4% da mistura. Restrições como estas são contro-

QUADRO 3 - Sistema de equações lineares. Modelo para balanceamento de mistura para frangos de corte

ALFAFA	farinha de alfafa	CARBONA	carbonato de cálcio
EXPELER	farelo de algodão	CUSTO	custo
SOLVENTE	farelo de algodão	PROTRUT	proteína ^{est} bruta
AMENDOIM	farelo de amendoim	GORDURA	gordura
ARROZ	farelo de arroz	FIBRA	fibra
CARNOSSO	farelo de carne e ossos	ENERGIA	energia produtiva
CARNE	farinha de carne	CÁLCIO	cálcio
GERGELIN	torta de gergelim	CISTINA	cistina
XLEITE	leite desnatado em pó	XMETIONI	metionina
XMILHO	fubá de milho	TRIPTOFA	triptofano
PEIXE	farinha de peixe	XLISIN	lisina
SOJA	farelo de soja	FOSPORG	fósforo orgânico
TRIGO	farelo de trigo	FOSFINORG	fósforo inorgânico
TRIGO2	farinha de trigo	BASE	base
FÍGADO	farinha de fígado	BASE1	base 1
FOSFMONO	fosfato monocalcício	BASE2	base 2
FOSFDIC	fosfato dicálcio	ARTF1	artificial 1
FAROSSO	farinha de ossos	ARTF2	artificial 2
FAROSTRA	farinha de ostras	F1, F2, ... F20	folga 1, 2, ..., 20

ladas por equações que contenham as ditas variáveis, com coeficientes iguais à unidade e com o termo independente igual à proporção especificada da mistura. A equação (10) controla a restrição para variáveis: farelo de amendoim, farelo de algodão (solvente) e farelo de algodão (expeler).

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_c = 4 \quad (10)$$

Nota-se o cuidado em simbolizar a variável de compensação, x_c , uma vez que a equação (10) é obtida da desigualdade "menor do que", expressa em (11).

$$x_1 - x_2 - x_3 \leq 4 \quad (11)$$

No quadro 3, a equação identificada com a palavra BASE1 controla esta restrição.

2. 1. 3. Restrições para Equações

As limitações impostas às equações são aparentemente mais difíceis de controlar visto que não se dispõe, no sistema de equações lineares, de variáveis que representam as equações. Convém frisar que as equações recebem um nome de identificação. Existem equações identificadas como proteína, gordura, cálcio, como existem as equações BASE e BASE1 (restrição para variáveis), porém estes nomes simbolizam valores constantes e não valores variáveis.

Deseja-se agora controlar as limitações impostas aos aminoácidos metionina e cistina, estabelecendo-se que a proporção de metionina não seja inferior a 0,45% da mistura e que a soma das quantidades de metionina e cistina não seja inferior a 0,8% de mistura, enquanto a quantidade de cistina, como uma limitação isolada, não seja negativa.

A situação criada pode ser resolvida usando um artifício simples, que se resume em usar duas variáveis artificiais, simbolizadas por ARTF1 e ARTF2, que devem ser interpretadas como substâncias que contenham 100% de metionina e 100% de cistina, respectivamente.

Supondo que as duas primeiras equações do sistema sejam referentes à metionina e cistina, então elas podem ser escritas como:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n - x_{n+1} = 0,45 \quad (12)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n - x_{n+2} = 0,00 \quad (13)$$

nas equações (12) e (13), x_i (para $i = 1, 2, \dots, n$) simboliza os diferentes tipos de alimentos, enquanto x_{n+1} e x_{n+2} são variáveis

veis de folga. A quantidade total de metionina é naturalmente igual à soma das quantidades existentes nos alimentos. Neste caso, introduzindo a variável ARTF1, como coeficiente unitário e negativo, na equação (12), o termo independente se anula. Aplicando raciocínio formado pela equações (6) e (7) fica transformado em:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n - x_{n+1} - \text{ARTF1} = 0 \quad (14)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n - x_{n+1} - \text{ARTF2} = 0 \quad (15)$$

Com as equações (14) e (15) ao nível das equações (12) e (13), no sistema de equações lineares torna-se possível dispor de duas variáveis que simbolizam metionina e cistina. As variáveis são ARTF1 e ARTF2. Aplicando-se o raciocínio, desenvolvido na seção anterior, para restrições nas variáveis, verifica-se que o sistema de equações deve ser aumentado pela introdução das equações (16) e (17), onde x_{f1} e x_{f2} são variáveis de folga.

$$\text{ARTF1} - \text{ARTF2} - x_{f1} = 0,80 \quad (16)$$

$$\text{ARTF2} - x_{f2} = 0,45 \quad (17)$$

Após essas considerações, um sistema de equações lineares pode ser construído. Este sistema encontra-se reproduzido no quadro 4. As variáveis e equações estão identificadas por símbolos, de acordo com a legenda do quadro 3.

2. 3. Comentários Sobre o Modelo

O modelo reproduzido no quadro 4 é um modelo típico de um problema de programação linear, e como tal existem diferentes algoritmos para resolvê-lo. O algoritmo padrão é conhecido como método simplex, criado por George B. Dantzig. Sem intenção de discutir ou de comparar os diferentes algoritmos, deseja-se apenas descrever a utilização de um programa de IBM 1/, identificado pela sigla 1130 LP-MOSS 2/, es-

1/ International Business Machines

2/ 1130 Linear Programming - Mathematical Optimization Subroutine Systems

pecificamente para determinar uma solução e para fazer uma análise de sensibilidade. Antes da descrição proposta convém lembrar que o modelo, constante do quadro 4, é quase sempre um sistema de equações lineares ideterminado, isto é, com infinitas soluções. A técnica conhecida como programação linear tem por objetivo determinar a melhor solução, de acordo com um critério pré-estabelecido. No caso do problema de balanceamento de mistura o critério é baseado no custo, isto é, a melhor solução é a mistura que, satisfazendo as restrições impostas, tenha custo mínimo. Por este motivo, a função custo é conhecida como função objetivo.

3. DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

A solução de um problema de programação linear exige uma manipulação de dados muito grande. Estabelecida a condição-essencial na programação linear: as variáveis são nulas ou positivas, uma solução para o sistema pode ser determinada escolhendo-se um número de variáveis igual ao número de equações e resolvendo-o, as variáveis restante são nulas. Todavia, não se quer determinar uma solução, porém, a melhor solução. E construir e resolver todos os sistemas assim definidos, para encontrar soluções positivas e dentre elas a melhor, torna a forma de solução do problema de programação linear impraticável.

O método simplex apresenta a vantagem de que uma vez conhecida a solução positiva, de um sistema, outras soluções serão obtidas, sempre positivas e que conduzem a um melhor valor da função objetivo, no mínimo igual ao valor já encontrado. Mesmo assim, torna-se difícil resolver um programa de programação linear, quando não se dispõe de um computador.

A utilização de um computador exige a elaboração de um programa. O Centro de Processamento de Dados da Universidade Federal de Viçosa dispõe de um programa, fornecido pela IBM, para resolver problemas de programação linear. Este programa, 1130 LP-MOSS, é extremamente poderoso pela precisão e pelas dimensões dos problemas que podem ser resolvidos com ele. O programa para o computador é, na realidade, o algoritmo. O termo algoritmo, neste trabalho, está sendo usado numa forma mais ampla, para abranger, também, as fases de apresentação dos dados e interpretação dos resultados. Mesmo que fases intermediárias sejam completamente desconhecidas do tipo usuário que este trabalho pretende atingir.

Dêste modo, a manipulação do programa 1130 LP-MOSS convém ser deixada sob a responsabilidade de pessoas que operam nos centros de processamento de dados.

3. 1. Apresentação dos Dados

Particularmente, para o caso do 1130 LP-MOSS é usada, como unidade de entrada para o computador, a leitora de cartões, assim sendo, os dados terão que ser perfurados, de forma mais ou menos rígida, em cartões IBM.

Os dados deverão ser fornecidos de forma a identificar todos os valores de cada elemento da matriz de programação linear, exceto os elementos. A posição da elemento fica determinada quando se conhecem a coluna e a linha que interceptam o elemento considerado. A coluna é identificada pelo nome da variável e a linha pelo nome da equação.

Os elementos independentes das variáveis, os b_j , devem ser fornecidos de modo a poder classificá-los num dos quatro grupos possíveis: limite superior, limite inferior, limite fixado ou, finalmente, limite livre (não existe b). Além da identificação da equação a que está relacionado cada b_j .

Fazem-se necessárias também as informações que dizem respeito à variável a ser maximizada ou minimizada, e mais ainda se se deseja uma análise de sensibilidade pós-otimização.

3. 2. Apresentação dos Resultados

Os resultados são relatórios impressos em formas de quadros. O quadro 5 contém a reprodução de um relatório: a coluna identificada com a palavra "VARIABLE" é uma lista de todas as variáveis e equações que figuram no problema. A coluna identificada com a palavra "TYPE", indica para cada variável, se o seu valor, na solução, ocorre no limite superior ou inferior, se o limite é fixado ou ainda se seu valor ocorre num nível intermediário. Em cada caso os códigos são respectivamente: UL, LL, EQ e B. A palavra "ENTRIES" identifica uma coluna de algarismos que mostram o número de equações que contém cada variável. A coluna identificada com a expressão "SOLUTION ACTIVITY" indica o custo total da mistura, a proporção de cada nutriente, assim como as quantidades de cada alimento na constituição da mistura. As duas colunas seguintes identificadas com as expressões "UPPER BOUND"

QUADRO 5 - Solução ótima para o problema da mistura para frangos

VARIABLE	ENTRIES	SOLUTION	UPPER	LOWER	CURRENT	REDUCED
TYPE		ACTIVITY	BOUND	BOUND	COST	COST
ALFAFA LL	12	2.000	3.000	2.000	0.600	-2.042
CUSTO B*	0	32.949	*****	*****	-1.000	1.000
EXPELER LL	13	0.000	*****	0.000	0.300	-0.293
SOLVENTEB*	13	4.000	*****	0.000	0.300	0.000
AMENDOIMLL	13	0.000	*****	0.000	0.380	-1.338
ARROZ B*	12	1.103	*****	0.000	0.120	0.000
CARNOSSOLL	12	0.000	*****	0.000	0.350	-0.094
CARNE UL	12	4.000	4.000	3.000	0.380	-0.309
GERGELINLL	11	0.000	*****	0.000	0.320	-0.467
XLEITE LL	12	0.000	*****	0.000	0.800	-1.232
XMILHO B*	12	58.951	*****	0.000	0.200	0.000
PEIXE UL	12	5.000	5.000	3.000	0.600	-1.206
SOJA B*	12	14.356	*****	0.000	0.480	0.000
TRIGO LL	12	0.000	*****	0.000	0.130	-0.376
TRIGO2 B*	12	3.685	*****	0.000	0.130	0.000
FIGADO B*	12	4.635	*****	0.000	0.500	0.000
FOSFMONOLL	4	0.000	*****	0.000	0.400	-2.092
FOSFDIC LL	4	0.000	*****	0.000	0.400	-1.309
FAROSSO B*	5	0.366	*****	0.000	0.350	0.000
FAROSTRAB*	3	0.401	*****	0.000	0.100	-0.000
CARBONA LL	3	0.000	*****	0.000	0.800	-0.925
PREMIX EQ	2	1.000	1.000	1.000	4.000	-7.207
SAL EG	2	0.500	0.500	0.500	0.500	-3.707
PROTRRUTB*	0	22.826	23.000	22.000	0.000	0.000
GORDURA UL	0	4.500	4.500	2.500	0.000	-8.617
FIBRA B*	0	3.252	3.500	2.500	0.000	0.000
ENERGIA LL	0	2095.000	2105.000	2095.000	0.000	-0.128
CALCIO EQ	0	1.000	1.000	1.000	0.000	-8.703
ARTIF2 B*	2	0.483	*****	0.000	0.000	0.000
CISTINA LL	0	0.000	*****	0.000	0.000	0.000
ARTIF1 LL	2	0.450	*****	0.450	0.000	-136.232
XMETIONILL	0	0.000	*****	0.000	0.000	-136.232
TRIPTOFAB*	0	0.276	*****	0.200	0.000	0.000
XLISINA B*	0	1.283	*****	1.000	0.000	0.000
FOSFORG EQ	0	0.400	0.400	0.400	0.000	-130.817
FOSFINOREG	0	0.400	0.400	0.400	0.000	-0.531
BASE EQ	0	100.000	100.000	100.000	0.000	3.207
BASE1 B*	0	0.933	*****	0.850	0.000	0.000
BASE2 UL	0	4.000	4.000	0.000	0.000	-0.963

e "LOWER BOUND" respectivamente, indicam, para cada variável, os limites superiores e inferiores, conforme definido no problema. A sétima coluna com a expressão "CURRENT COST" contém custos dos alimentos, conforme definidos no problema.

Finalmente, a última coluna sob a expressão "REDUCED COST" contém informações de grande importância que justificam ligeiro comentário. Quando a solução de um problema de custo mínimo, apresenta-se com algumas variáveis ao nível inferior, ou ao nível superior, é fácil entender que o relaxamento desta limitação resulta no decréscimo do custo total da mistura. No quadro 5, a variável "CARNE", para citar um exemplo, entra na mistura com 4,00 kg, participa assim com a quantidade máxima permitida. Se não fosse imposta esta limitação o custo total da mistura seria reduzido. A coluna identificada com a expressão "REDUCED/COST" indica precisamente as variações, no custo total da mistura, para variações, unitárias nas variáveis. No caso da variável "CARNE", para continuar o exemplo, o custo da mistura seria reduzido de Cr\$ 0,51 se fosse relaxado o limite superior para a variável em questão.

Convém deixar claro que os valores contidos na última coluna do quadro 5 medem a taxa de variação, em outras palavras, a derivada da função custo em relação à variável considerada. Consequentemente as informações são válidas nas vizinhanças do valor solução.

3. 3. Uma Análise Pós-Otimização

Depois de determinar a melhor solução num problema de programação linear, o programa 1130 LP-MOSS permite fazer ainda uma análise de sensibilidade. A análise de sensibilidade está relacionada com modificações nas variáveis resultantes de variações nos preços.

O resultado dessa análise é apresentado em dois relatórios, o primeiro para variáveis que, na solução do problema, estão nos limites superior ou inferior. O segundo, para as variáveis com valores intermediários.

Num e noutro caso, os relatórios contêm duas linhas de cabeçalho e cada variável ocupa também duas linhas, de tal sorte que se associam as informações de cabeçalho com os dados em linhas que seguem as variáveis.

As palavras e expressões que compõem o cabeçalho dos relatórios têm a seguinte interpretação:

- 1 - VARIABLE- O nome de cada variável na solução do problema.
- 2 - TYPE - O "status" de cada variável em termos de seus limites. O "status" é definido através do código UL (limite superior), LL (limite inferior), EQ (variável está fixada), FR (variável não tem limite), B (variável em nível intermediário).
- 3 - SOLUTION ACTIVITY - valor da variável na solução.
- 4 - CURRENT COST - custo por unidade variável.
- 5 - UPPER BOUND - limite superior da variável.
- 6 - LOWER BOUND - limite inferior da variável.
- 7 - COST/UNIT INCREASE - Custo produzido por unidade adicional da variável.
- 8 - COST/UNIT DECREASE - Custo produzido pelo decréscimo de uma unidade da variável.
- 9 - INCREASED ACTIVITY - Valor da variável na solução, caso haja decréscimo no seu custo. O custo, depois do decréscimo, deve ser igual ao valor da coluna identificada com a expressão LOWEST COST.
- 10 - DECREASED ACTIVITY - Valor da variável na solução, caso haja acréscimo no seu custo. O custo, depois do acréscimo, deve ser igual ao valor da coluna identificada com a expressão HIGHEST COST.
- 11 - LOWEST COST E HIGHEST COST - Amplitude de custo dentro da qual o nível da variável permanece inalterado. Quando o custo é menor do que o valor expresso na coluna LOWEST COST o valor da variável

vel, na solução, é elevado para o valor expresso na coluna INCREASED ACTIVITY. Quando o custo é maior do que o valor expresso na coluna HIGHEST COST o valor da variável, na solução, é diminuído para o valor expresso na coluna DECREASED ACTIVITY.

O quadro 6 reproduz o relatório impresso pelo computador para as variáveis que, na solução, estão no limite inferior ou superior. O quadro 7 reproduz o relatório para variáveis que estão em nível intermediário. Analisando, a título de exemplo, o comportamento da variável PEIXE, no quadro 6, observa-se que a variável entra na solução do problema com o valor 5,000. Este valor corresponde ao limite superior permitido, que a amplitude de variação da variável PEIXE está compreendida entre os valores 3,000 e 5,000 e mais ainda que seu custo é Cr\$ 0,60 por quilo. Estas informações já foram comentadas, visto terem sido reproduzidas no quadro 4.

A oitava coluna contém informações interessantes. O valor 1,206 indica que o custo total da mistura cresce de Cr\$0,04 por quilo adicional de variável PEIXE; o valor - 1,206 que o mesmo custo decresce de Cr\$ 1,21 por quilo da variável PEIXE retirado da mistura. Esta informação confunde-se facilmente com a informação dada no quadro 5, sob o título REDUCED COST. Todavia, existe uma diferença fundamental: a informação sob REDUCED COST indica taxa de variação, válida nas vizinhanças do valor igual da variável. A informação sob COST/UNIT INCREASE ou sob COST/UNIT DECREASE indica uma taxa de variação, agora válida dentro de uma amplitude maior de valores da variável. A amplitude está contida na nona coluna do quadro 6. Assim, pode-se afirmar que o custo total da mistura cresce de Cr\$ 1,21 por unidade adicional da variável PEIXE no intervalo 5,000 a 5,788. Por outro lado, o custo total da mistura decresce de Cr\$ 1,21 em cada unidade da variável PEIXE retirada da mistura, no intervalo 3,000 a 4,834. A última coluna do quadro 6 contém o valor 1,806 para a variável PEIXE. Isto indica que se o custo de PEIXE fosse Cr\$ 1,806 ao invés de Cr\$ 0,60 a variável participaria da solução com o valor 5,788 ao invés do valor atual 5,000. Em outras palavras, a proporção de farinha de peixe na mistura para frangos continua sendo 5%, mesmo que o preço unitário deste alimento di-

QUADRO 6 - Amplitude de variação de parâmetros da solução do problema de mistura para frangos, variáveis com valores extremos, na solução ótima

VARIABLE	VARIABLES AT UPPER BOUND OR LOWER BOUND		BOUND OR LOWER BOUND		LOWEST COST
	SOLUTION ACTIVITY	UPPER BOUND	COST/UNIT INCREASE	INCREASED ACTIVITY	
TYPE	CURRENT COST	LOWER BOUND	COST/UNIT DECREASE	DECREASED ACTIVITY	HIGHEST COST
ALFAFA LL	2.000 0.600	3.000 2.000	2.042 -2.042	2.148 1.539	-1.442 *****
EXPELER LL	0.000 0.300	***** 0.000	0.293 -0.293	0.841 -4.002	0.006 *****
AMENDOIM LL	0.000 0.380	***** 0.000	1.338 -0.795	0.167 -0.795	-0.998 *****
CARNOSO LL	0.000 0.350	***** 0.000	0.094 -0.094	0.583 -2.774	0.255 *****
CARNE UL	4.000 0.380	4.000 3.000	-0.509 0.509	5.728 3.321	***** 0.889
GERGELIN LL	0.000 0.320	***** 0.000	0.467 -0.467	0.813 -1.113	-0.147 *****
XLEITE LL	0.000 0.800	***** 0.000	1.232 -1.232	0.390 -0.666	-0.432 *****
PEIXE UL	5.000 0.600	5.000 3.000	-1.206 1.206	5.788 4.834	***** 1.806
TRIGO LL	0.000 0.130	***** 0.000	0.376 -0.376	0.700 -2.695	-0.246 *****
FOSFOMO LL	0.000 0.400	***** 0.000	2.092 -2.092	0.122 -0.346	-1.692 *****
FOSFOL LL	0.000 0.400	***** 0.000	1.309 -1.309	0.206 -0.587	-0.909 *****
CARBONA LL	0.000 0.800	***** 0.000	0.525 -0.525	0.384 -1.522	0.274 *****
PREMIX EQ	1.000 4.000	1.000 1.000	7.207 -7.207	1.080 0.778	-3.207 *****
SAL EQ	0.500 0.500	0.500 0.500	3.707 -3.707	0.580 0.278	-3.207 *****
SORDURA UL	4.500 0.000	4.500 2.500	-8.617 8.617	4.634 4.471	***** 8.617
ENERGIA LL	2095.000 0.000	2105.000 2095.000	0.126 -0.126	2097.136 2086.867	-0.126 *****
CALCIO EQ	1.000 0.000	1.000 1.000	8.703 -8.703	1.030 0.915	-8.703 *****
CISTINA LL	0.000 0.000	***** 0.000	0.000 0.000	0.083 *****	0.000 *****
ARTIF1 LL	0.450 0.000	***** 0.450	136.232 -136.232	0.451 0.443	-136.232 *****
XMETION1 LL	0.000 0.000	***** 0.000	136.232 -136.232	0.001 -0.006	-136.232 *****
FOSFORO EQ	0.400 0.000	0.400 0.400	130.817 -130.817	0.401 0.394	-130.817 *****
FOSFORO EQ	0.400 0.000	0.400 0.400	0.531 -0.531	0.474 0.346	-0.531 *****
BASE EQ	100.000 0.000	100.000 100.000	-3.207 3.207	100.221 99.919	3.207 *****
BASE2 UL	4.000 0.000	4.000 0.000	-0.963 0.963	4.973 3.725	***** 0.963

QUADRO 7 - Amplitude de variação de parâmetros da solução do problema de mistura para frangos, variáveis com valores intermediários na solução ótima

VARIABLE	SOLUTION ACTIVITY	VARIABLES AT UPPER BOUND	INTERMEDIATE COST/UNIT INCREASE	LEVEL- INCREASED ACTIVITY	LOWEST COST
TYPE	CURRENT COST	LOWER BOUND	COST/UNIT DECREASE	DECREASED ACTIVITY	HIGHEST COST
CUSTO	32.949	*****	*****	32.949	*****
B*	-1.000	*****	*****	32.949	*****
SOLVENTE	4.000	*****	*****	4.000	*****
B*	0.300	0.000	0.293	3.158	0.593
ARROZ	1.103	*****	0.472	1.908	-0.352
B*	0.120	0.000	2.010	1.002	2.130
XMILHO	58.951	*****	0.213	60.735	-0.013
B*	0.200	0.000	0.211	58.691	0.411
SOJA	14.356	*****	0.187	14.649	0.292
B*	0.480	0.000	0.906	14.133	1.386
TRIGO2	3.685	*****	0.607	4.018	-0.477
B*	0.130	0.000	0.103	-3.517	0.233
FIGADO	4.635	*****	1.004	4.979	-0.504
B*	0.500	0.000	0.172	4.317	0.672
FAROSSO	0.366	*****	2.401	0.510	-2.051
B*	0.350	0.000	0.297	0.182	0.647
FAROSTRA	0.401	*****	2.572	0.500	-2.472
B*	0.100	0.000	0.503	-4.001	0.603
PROTBRUT	22.826	23.000	0.316	23.171	-0.316
B*	0.000	22.000	4.610	22.782	4.610
FIBRA	3.252	3.500	4.359	3.265	-4.359
B*	0.000	2.500	4.882	3.175	4.882
ARTIF2	0.483	*****	12.279	0.487	-12.279
B*	0.000	0.000	0.000	0.399	0.000
TRIPTOFA	0.276	*****	45.498	0.281	-45.498
B*	0.000	0.200	187.858	0.275	187.858
XLISINA	1.283	*****	5.318	1.293	-5.318
B*	0.000	1.000	47.204	1.279	47.204
BASE1	0.933	*****	12.279	0.937	-12.279
B*	0.000	0.850	0.000	0.449	0.000

minua até Cr\$ 1, 806 por quilo.

O quadro 7 contém informações idênticas àquelas reproduzidas no quadro 6, para variáveis que participam da solução em nível intermediário.

É interessante notar que todos os elementos das colunas 8 e 9 no quadro 7 são positivos. É evidente que se se tem uma solução de custo mínimo, qualquer variação, nas variáveis que participam desta solução, com valores intermediários, causará acréscimo no custo. A variável MILHO, para citar mais um exemplo, participa da solução ótima com 58,951% da mistura. Um acréscimo de 1 unidade de milho fará o custo da mistura aumentar de Cr\$ 0,213 por quilo, enquanto que o decréscimo de 1 unidade de milho elevará o custo da mistura de Cr\$ 0,211 por quilo. Ainda sobre a variável milho pode-se dizer que ela participará da mistura com 58,951, mesmo que seu preço diminua até Cr\$ 0,013 negativo (informação na 11a. coluna), quando então o milho passará a participar da mistura com 60,735% (informação na 9a. coluna).

Uma análise mais detalhada dos quadros 5 e 6 mostra, por exemplo, que a farinha de alfafa terá sua proporção alterada na mistura somente se seu custo decrescer até um valor negativo. O farelo de algodão (expeler) poderá participar da mistura, com proporção de 0,841%, se seu custo diminuir até Cr\$ 0,006 por quilo. O farelo de amendoim poderá igualmente participar da mistura, se seu custo diminuir para Cr\$ 0,958 por quilo (custo negativo). Os custos atuais desses alimentos são: Cr\$ 0,30 para farelo de algodão (expeler) e Cr\$ 0,38 para farelo de amendoim.

4. CONCLUSÃO

Dadas as condições do problema, a melhor mistura para frangos de corte é obtida com os seguintes alimentos e respectivas proporções:

Farinha de alfafa	2,00%
Farelo de algodão (Solvente)	4,00%
Farelo de arroz	1,10%
Farinha de carne	4,00%
Fubá de milho	58,95%
Farinha de peixe	5,00%
Farelo de soja	14,36%
Farinha de trigo	3,69%

Farinha de fígado	4,64%
Farinha de osso	0,37%
Farinha de ostras	0,40%
Premix	1,00%
Sal comum	0,50%

ao custo de Cr\$ 32,95 por 100 quilos.

A rapidez com que um problema de programação linear é resolvido, a flexibilidade que nos oferece um programa como o 1130-LP-MOSS na preparação dos dados e nas análises de pós-otimização, como se pretendeu mostrar no presente trabalho, justificam, a utilização de um computador.

5. RESUMO

Trata-se de trabalho descritivo com o objetivo de:

- a) sensibilizar o nutricionista animal para uma técnica precisa de resolução do problema de cálculo de mistura;
- b) eventualmente, como exemplo de aplicação para estudantes de um curso introdutório de programação linear.

O trabalho desenvolve-se com comentários referentes a limitações de natureza zootécnica, importantes na construção de modelo matemático. Consideram-se também as equações que controlam as restrições nas proporções de alimentos de nutrientes.

O modelo matemático é um sistema de equações lineares indeterminado. Como tal, faz-se necessário a existência de um critério de escolha da melhor solução. Comenta-se, sucintamente, a necessidade de um algoritmo especificamente sobre o algoritmo conhecido como método simplex, assim como sobre a necessidade de um computador, justificados ambos pelo volume de dados a ser manipulado.

Considera-se ainda o uso do programa identificado pelo código 1130-LP-MOSS, notadamente sobre a forma de apresentação dos dados e sobre a interpretação dos resultados.

6. SUMMARY

This is a descriptive work, that is meant for:

- a) persuading the animal nutritionist for an exact technic of

solving the mixture calculation problem;

- b) training beginners in linear programation, through developing an application problem.

This work is developed with comments about the limitations from zootechnic origin, much important in making the mathematical model. The equations that control the restrictions in the food and nutrients proportions are also considered.

The mathematical model is an indetermined linear equation sistem, so, it is necessary a choosing rule for the best solution.

It is commented, point by point, the necessity of an algorithm, specially the algorithm known as the Simplex Method, so as well as the necessity of a computer. It is justified by the big data volume that is supposed to be manipulated.

It is also considered the using of the program identified by the code 1130 LP-MOSS, specially about the form of data presentation and results interpretation.

7. LITERATURA CITADA

1. CAMPOS, J. Tabelas para o cálculo de rações. Viçosa, Imprensa Universitária, 1968. 52 p.
2. INTERNATIONAL BUSINESS MACHINES. Application Program. 1130 Linear Programming-Mathematical Optimization Subroutine System. (1130 LP-MOSS) (1130-CO-16X). Program reference manual. New York, Technical Publications Department, 1967. H20-0345-1. 65 p.
3. MAYNARD, L. A. & LOOSLI, J. K. Nutrição Animal. Rio de Janeiro, USAID, 1966. 550 p. (Programa de Publicações Didáticas).
4. MORAES E. S. & ROBERTO D. DE. Fatores não identificados em nutrição de aves. Solo, Centro Acadêmico "Luiz de Queiroz", Piracicaba, São Paulo, 1:25-31. 1969.
5. MORRISON, F. B. Alimentos e Alimentação dos Animais. Feeds and Feeding, Abridge. 2a. edição. São Paulo, Edições Melhoramentos, 1966. 892 p. (Biblioteca Agrônômica Melhoramentos).

6. PERRY, T. W. Feed Formulation, Handbook. Danville , Illinois, The Interstate Printers and Publishers, Inc., 1966. 233 p.
7. TÔRRES, A. DI P. Alimentação das aves. São Paulo, Edições Melhoramentos, 1969. 260 p. (Biblioteca Agrônômica Melhoramentos).