

REVISTA CERES

Julho e Agosto de 1974

VOL. XXI

N.º 116

Viçosa — Minas Gerais

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

TABELAS DE VOLUME TOTAL E COMERCIAL PARA

Pinus elliottii Engelm*

J. C. Chagas Campos**

1. INTRODUÇÃO

As tabelas de volume servem para estimar o volume de árvores, individualmente; assim, através de algum método de amostragem, pode estimar-se, com a precisão desejada, o volume de um povoamento florestal. O conhecimento desse volume é importante em estudos de crescimento e produção, planos de manejo ou para fins comerciais.

Dentre os diversos tipos de tabelas de volume distinguem-se as que estimam o volume total do tronco e as que estimam o volume da parte compreendida entre o toco remanescente e um diâmetro mínimo comercial (d), o qual varia de acordo com o produto desejado; neste caso, o volume estimado denomina-se volume comercial.

O cálculo de uma tabela de volume que proporcione estimações com precisão adequada, às vezes constitui um problema adicional para o mensuracionista. Para FURNIVAL (4), o problema começa em selecionar a equação de regressão que se ajusta melhor a um grupo particular de dados. Infere-se daí que a equação pode variar também de uma espécie para outra.

O problema da escolha da melhor equação para estimar o volume total continua sendo discutido, merecendo destaque os estudos de BEERS (1), HONER (6) e SPURR (8).

Até agora não teve resultados práticos as tentativas para obtenção de uma expressão matemática para estimar o volume comercial, segundo vários limites de utilização, em função do diâmetro à altura do peito (DAP) e da altura total (H). Uma forte razão é que a relação linear básica, existente entre as variáveis independentes DAP e H, e a variável dependente, vo-

* Aceito para publicação em 10-4-1974.

** Auxiliar de Ensino do Departamento de Manejo Florestal da Escola Superior de Florestas.

lume total (V), passa à forma curvilínea quando o volume é comercial, SPURR (8). CAMPOS e KRONKA (3) concluíram que essa relação linear básica não foi afetada quando o diâmetro mínimo superior do tronco (d) era de 5 cm. Uma explicação é que o comprimento da ponta, correspondente à distância entre d e o topo da árvore, não apresentou variação significativa quando a árvore variava em DAP ou H. Todavia, quando o d é aumentado além de 5 cm, a variação do comprimento da ponta (distância entre d e H) também aumenta, até afetar a linearidade das equações usuais que utilizam a variável dependente altura total (H).

Em razão da dificuldade para encontrar uma expressão matemática para estimar diretamente o volume comercial, uma alternativa seguida por HONER (5), citando Browne, foi o estabelecimento de fatores de conversão para a transformação em volume comercial, do volume total estimado por árvore.

Conforme conclusões de CAMPOS (2), regiões com condições ecológicas diferentes não contribuem na variabilidade total do fator de forma da espécie *Pinus elliottii*, variável essa considerada para provar a validade da combinação dos dados de lugares diferentes. Por outro lado, as árvores, individualmente, sendo de diferentes portes e sendo provenientes de plantações com diferentes espaçamentos e intensidade de desbaste, é a fonte de variação que contribui com a maior variabilidade do fator de forma. Conclui-se, então, ser possível a utilização na amostra, de árvores provenientes de regiões diferentes.

Das espécies de coníferas plantadas no sul do Brasil, o *Pinus elliottii* Engelm. var. *elliottii* ocupa atualmente a maior área. Muitos povoamentos dessa espécie já alcançaram a fase de exploração, implicando na necessidade de se dispor de tabelas volumétricas adequadas.

O propósito desta pesquisa foi elaborar uma tabela de volume total, sem casca, e estudar a melhor alternativa para a estimação do volume comercial.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Foi utilizada uma amostra de 118 árvores, oriundas de plantações de quatro localidades do Estado de São Paulo, regiões essas consideradas de boa aptidão ecológica para a espécie (3). Foram também acrescentados nesta amostra, dados de árvores situadas na localidade de Camanducaia, Estado de Minas Gerais.

A distribuição da frequência desses dados, por classes de DAP e H, pode ser observada nas margens inferior e direita, respectivamente, da tabela 1. Parte desses dados foram utilizados por CAMPOS e KRONKA (3), em estudo anterior.

O volume rigoroso total, sem casca, de cada árvore, foi determinado através da fórmula de Smalian, utilizando ficha de campo apropriada. Para a cubagem rigorosa do volume comercial foi utilizado o mesmo procedimento, tendo sido considerados como diâmetros mínimos superiores de utilização (d), os limites de 5 e 8 cm, com casca.

Como perdas, também foram excluídos os volumes do toco remanescente, considerando para isso, três diferentes alturas, ou sejam, 10, 20 e 30 cm. As espessuras da casca foram medidas com um "bark gauge".

As árvores foram cubadas considerando seções de 1 em 1m, tendo sido medidas as circunferências ao longo do tronco com fita de aproximação de meio cm. Todos os dados reais por árvore, foram transferidos para cartão IBM.

Em razão das vantagens estatísticas de proporcionar maior precisão, foi utilizado para a construção da tabela de volume, o método dos quadrados mínimos em lugar do método gráfico.

Visando a elaboração da tabela de volume total, foi analisada a precisão proporcionada pelas equações (1) e (2), constantes do quadro 1, sendo: V_t = volume total do tronco, sem casca; D = diâmetro à altura do peito (DAP), com casca; H = altura total da árvore. Entende-se ser a equação (1) de natureza logarítmica, e a equação (2) de natureza aritmética.

QUADRO 1 - Equações testadas para a estimação dos volumes total e comercial, e para fatores de conversão em volume comercial

$$(1) V_t = b_0 \cdot D^{b_1} \cdot H^{b_2}$$

$$(2) V_t = b_0 + b_1 D^2 H$$

$$(3) V_c = b_0 + b_1 D^2 + b_2 H + b_3 D^2 H - b_4 \left(\frac{H}{D - 1,3} \right)$$

$$(4) f = b_0 + b_1 \left[\left(\frac{d^2}{D^2} \right) \left(\frac{H - h_1}{H} \right) \right] + b_2 \left[\left(\frac{d^2}{D^2} \right) \left(\frac{H - h_1}{H} \right) \right]^2$$

$$(5) f = b_0 + b_1 \left(\frac{h_1}{H} \right) - \left(\frac{h_1}{H} \right) + b_2 \left[\left(\frac{h_1}{H} \right)^2 - \left(\frac{h_1}{H} \right)^2 \right]$$

A origem do modelo (1) foi demonstrada por SCHUMACHER e HALL (7), e do modelo (2), por BEERS (1).

Para a estimação direta do volume comercial, foi testada a equação (3) (quadro 1), sugerida por SPURR (8), sendo V_c = volume comercial do tronco, sem casca, segundo diferentes % de perda, em virtude da exclusão da ponta e do toco remanescente; D e H , conforme foi explicado anteriormente. Esse modelo corresponde à equação australiana, conforme denominada no meio florestal, apenas modificada pela introdução de um fator de subtração.

Ainda, visando estimar o volume comercial (V_c), foram analisadas as equações (4) e (5), propostas por HÖNER (5), e que constam do quadro 1.

Diferentemente das equações anteriores, nessas duas, a variável dependente (f) corresponde a um fator de conversão que, multiplicado pelo volume estimado através das equações (1) ou (2), encontrar-se-á o volume comercial do tronco (V_c), segundo diferentes porcentagens de perda, em razão da eliminação da ponta e do toco remanescente.

Esse fator foi encontrado através da relação $\left(\frac{V_m - v}{V_t} \right)$, em

que V_m = volume do tronco, sem casca, até o diâmetro mínimo de utilização (d), de 5 ou 8 cm, com casca; v = volume do toco remanescente, sem casca, considerando três diferentes alturas, ou seja, 10, 20 ou 30 cm; V_t , conforme já indicado.

Quanto às variáveis independentes, elas têm o seguinte significado: d = diâmetro mínimo superior de utilização (5 ou 8 cm, com casca); h = altura comercial (corresponde à altura desde o nível do solo até o diâmetro mínimo d); h_1 = altura do toco remanescente (10, 20 ou 30 cm).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Estimação do Volume Total, sem Casca (V_t)

Um resumo das estatísticas correspondentes às duas equações analisadas para estimar o volume total do tronco, sem casca, está contido no quadro 2.

QUADRO 2 - Resumo das equações encontradas para estimar volume total, sem casca, erro e coeficiente de determinação

Equação	Constante e coeficientes de regressão			Erro padrão da estimativa ($s_{y.x}$)	Coeficiente de determinação (R^2)
	b_0	b_1	b_2		
(1)	0,16800	1,93016	1,14538	0,10621*	0,9850
(2)	-0,00447	0,29017	-	0,01692	0,9832

* Valor em logaritmo, não podendo ser comparado diretamente com o correspondente erro da equação (2), de natureza aritmética.

Conforme foi demonstrado no quadro 2, ambas equações apresentam um significativo valor para R^2 ; todavia, a equação (1) explica maior porcentagem da variação do volume associada com as variáveis DAP e H , resultando, assim, em alguma superioridade sobre a equação (2).

Além do coeficiente de determinação, o erro padrão da estimativa é outra importante estatística para expressar a eficiência da regressão. No caso presente, a comparação entre esses valores não pode ser feita diretamente, visto que as variáveis de ambas equações não são da mesma natureza.

Para contornar tal inconveniência, em 1961, FURNIVAL (4) propôs um índice que permite comparar os erros padrão de modelos de regressão quando a variável dependente difere em natureza como por exemplo, valores logaritmos ou ponderados em relação a valores aritméticos. Esse índice é conseguido ao multiplicar o erro padrão da estimativa da regressão (logarítmica ou ponderada) por um fator, o qual depende da variável de-

pendente. No caso da equação logarítmica, esse fator equivale à média geométrica do $\log V_t$, média essa que equivale, por sua vez, ao antilogaritmo de $\bar{\epsilon} \log V_t/n$, onde n é a frequência. Tratando-se de valores de natureza aritmética, o fator é igual a 1.

O índice de FURNIVAL encontrado para a equação (1) foi 0,01178, sendo 0,01692 para a equação (2); este último valor equivale, portanto, ao erro padrão da estimativa, pois o seu fator tem valor 1.

Ainda conforme FURNIVAL (4), a equação que apresentar o menor índice deve ser a indicada. No presente caso a equação (1), de natureza logarítmica, deve, então, ser a escolhida. Esse resultado confirma a indicação feita anteriormente através do coeficiente de determinação.

Estimativas de volume pelo método dos quadrados mínimos somente são eficientes quando o erro padrão por classe de variáveis independentes é constante (6); quando isso ocorre, diz-se haver homogeneidade da variância. Assim, quando a escolha da equação está baseada no menor erro padrão, pode ser que se esteja cometendo equívoco, porque esse erro pode não ser constante por classe de variável dependente.

Para verificar se havia variação do erro, por classe de variável independente, foi comparado o volume estimado através das duas equações anteriores, com o volume real obtido no campo. O quadro 3 dá o erro em %, por classe de diâmetro de amplitude 2,5 cm.

QUADRO 3 - Verificação do erro, em %, entre o volume real e o volume estimado através das equações (1) e (2)

Classe de DAP (amplitude em cm)	Freq./classe	Erro/classe de DAP (%)*	
		Eq. logarítmica	Eq. aritmética
7,6 - 10,0	2	(-14,94)	(-30,60)
10,1 - 12,5	15	- 2,74	- 9,66
12,6 - 15,0	19	- 4,33	- 5,86
15,1 - 17,5	20	- 0,04	- 1,81
17,6 - 20,0	20	- 0,77	+ 0,92
20,1 - 22,5	20	- 0,77	+ 0,41
22,6 - 25,0	8	+ 0,94	+ 2,27
25,1 - 27,5	10	+ 5,61	+ 6,38
27,6 - 30,0	1	(- 8,02)	(- 6,04)
30,1 - 32,5	3	(- 5,85)	(- 4,00)

* Em relação ao volume real.

Em virtude da frequência ser relativamente baixa em 3 das classes estabelecidas, os erros encontrados foram postos entre parênteses. Verifica-se que os erros apresentados pela equação logarítmica são ligeiramente menores do que os resultantes da equação aritmética. Confirmando as conclusões de BEERS (1) isso demonstra que a equação logarítmica foi mais eficiente, sendo mais compatível com a homogeneidade da variância dos dados de campo.

3.2. *Estimação do Volume Comercial (V_c)*

Conforme indica o quadro 1, as equações (3), (4) e (5) visam estimar o volume comercial do tronco, seja de maneira direta (equação (3)) ou através de fatores de conversão (equações (4) e (5)).

Dada a grande superestimação proporcionada pela equação (3), omitiu-se os resultados do erro padrão e do coeficiente de determinação, considerando-a não indicada para o propósito.

De acordo com o procedimento do parágrafo anterior, os resultados das estatísticas correspondentes às equações (4) e (5) estão sumarizados no quadro 4.

Conclui-se pelos resultados demonstrados no quadro 4, que a equação (5) deve ser a escolhida, por apresentar um maior R^2 e um menor erro padrão da regressão (para ambas alternativas de diâmetro mínimo de utilização (d) e para as três alternativas de altura de toco remanescentes (h_1)).

Ao comparar os dados estimados através dos fatores obtidos pela equação (4) com os dados reais, verificou-se haver uma superestimação dos volumes. Ao contrário, o mesmo teste realizado com a equação (5) resultou em estimativas muito semelhantes aos valores reais do volume, apresentando somente pequenos desvios para mais ou para menos.

3.3. *Estabelecimento e Uso das Tabelas de Volume*

Consoante aos resultados entriiores, a partir da equação logarítmica (referência (1), do quadro 1) foi estabelecida a tabela 1, para estimar o volume total sem casca. A parte circunscrita dessa tabela indica a extensão dos dados reais manipulados.

As tabelas 2 e 3 dão os fatores de conversão do volume total (estimado pela tabela 1) em volume comercial, considerando perdas em função de duas alternativas de diâmetro mínimo superior (d) e três alternativas de altura de toco remanescente (h_1).

A utilização das tabelas de fatores de conversão (tabelas 2 e 3) apresenta certo inconveniente, devido ser necessário contar, além da altura total (H), com a variável altura comercial (h), variável esta que apresenta alguma dificuldade para ser medida no campo, sendo indispensável que haja certa habilidade e instrumentos próprios.

Por outro lado, dada a grande eficiência com que elas estimam o volume comercial, além da flexibilidade oferecida, proporcionando estimações a diversos níveis de mercantabilidade (diversas % de perda), deve ser considerado como fortes razões para serem mais amplamente utilizadas.

QUADRO 4 - Resumo das equações encontradas para estabelecimento de fatores de conversão visando estimar o volume comercial*

Equa- ção	d (m)	h ₁ (m)	Constante e coeficientes de regressão		Erro padrão da estima- tiva (s _{y.x})	Coeficien- te de de- terminação (R ²)
			b ₀	b ₁	b ₂	
(4)	0,05	0,10	0,99601	-0,38749	0,07756	0,7637
	0,05	0,20	0,98889	-0,62762	0,53964	0,7670
	0,05	0,30	0,98598	-0,95572	1,21670	0,6946
(4)	0,08	0,10	0,99600	-0,21423	-0,50913	0,8986
	0,08	0,20	0,98875	-0,30552	-0,45733	0,9082
	0,08	0,30	0,98568	-0,43110	-0,37352	0,9023
(5)	0,05	0,10	0,18857	1,66080	-0,85598	0,7734
	0,05	0,20	0,04601	1,95776	-1,01449	0,8327
	0,05	0,30	-0,09478	2,23901	-1,15252	0,7955
(5)	0,08	0,10	-0,03935	2,30039	-1,28045	0,9013
	0,08	0,20	-0,03131	2,22340	-1,20212	0,9180
	0,08	0,30	-0,04652	2,19142	-1,14295	0,9308

* Para interpretação dos significados das letras e algarismos, ver parágrafo 2.

TABELA 1 - Volume total, sem casca, de *Pinus elliptica* Engelm. var. *elliptica*, estimado pela equação $V_t = 0.16800 \cdot DAP_l^{0.93016} \cdot H_l^{1.14538}$

Altura total m (h)	CLASSES DE DAP e/c (cm)																Freq. por classe
	5,1-7,5	7,6-10,0	10,1-12,5	12,6-15,0	15,1-17,5	17,6-20,0	20,1-22,5	22,6-25,0	25,1-27,5	27,6-30,0	30,1-32,5	32,6-35,0	35,1-37,5	37,6-40,0	40,1-42,5	42,6-45,0	
CLASSES DE DAP e/c (cm)																	
15-23	24-31	32-39	40-47	48-55	56-63	64-71	72-79	80-86	87-94	95-102	103-110	111-118	119-126	127-134	135-142		
4	0,0036	0,0071	0,0121													1	
5	0,0050	0,0096	0,0156	0,0230												4	
6	0,0062	0,0118	0,0192	0,0284	0,0382											6	
7	0,0073	0,0131	0,0220	0,0326	0,0457	0,0616										7	
8	0,0105	0,0208	0,0381	0,0545	0,0718	0,0915	0,1181	0,1464	0,1776							9	
9	0,0198	0,0395	0,0652	0,0924	0,1222	0,1547	0,1891	0,2261								7	
10	0,0231	0,0466	0,0799	0,1134	0,1476	0,1825	0,2181	0,2544	0,2914	0,3291	0,3674	0,4064	0,4459	0,4858	0,5260	11	
11	0,0237	0,0386	0,0568	0,0785	0,1028	0,1297	0,1581	0,1880	0,2194	0,2523	0,2867	0,3225	0,3597	0,3974	0,4360	10	
12	0,0262	0,0426	0,0628	0,0867	0,1143	0,1456	0,1804	0,2189	0,2599	0,3035	0,3496	0,3971	0,4459	0,4959	0,5471	12	
13	0,0267	0,0467	0,0698	0,0950	0,1231	0,1545	0,1891	0,2267	0,2674	0,3111	0,3577	0,4064	0,4571	0,5097	0,5642	9	
14	0,0269	0,0470	0,0702	0,1005	0,1341	0,1709	0,2109	0,2541	0,2994	0,3468	0,3962	0,4475	0,5007	0,5557	0,6124	6	
15	0,0290	0,0511	0,0746	0,1020	0,1336	0,1684	0,2064	0,2476	0,2919	0,3394	0,3890	0,4407	0,4944	0,5500	0,6075	7	
16	0,0293	0,0523	0,0773	0,1056	0,1386	0,1754	0,2160	0,2594	0,3054	0,3539	0,4039	0,4554	0,5084	0,5628	0,6186	4	
17	0,0295	0,0536	0,0806	0,1122	0,1480	0,1879	0,2318	0,2796	0,3304	0,3841	0,4397	0,4972	0,5556	0,6149	0,6751	4	
18	0,0298	0,0540	0,0820	0,1160	0,1544	0,1971	0,2440	0,2949	0,3497	0,4074	0,4670	0,5284	0,5916	0,6566	0,7234	7	
19	0,0301	0,0544	0,0834	0,1168	0,1536	0,1944	0,2346	0,2771	0,3205	0,3654	0,4121	0,4609	0,5108	0,5619	0,6149	4	
20	0,0303	0,0547	0,0847	0,1188	0,1557	0,1965	0,2363	0,2783	0,3229	0,3693	0,4184	0,4692	0,5219	0,5763	0,6324	4	
21	0,0307	0,0550	0,0850	0,1200	0,1566	0,1976	0,2374	0,2793	0,3245	0,3725	0,4225	0,4745	0,5284	0,5841	0,6416	4	
22	0,0310	0,0553	0,0853	0,1210	0,1585	0,1995	0,2393	0,2812	0,3284	0,3784	0,4304	0,4834	0,5384	0,5954	0,6544	2	
23	0,0313	0,0556	0,0856	0,1220	0,1605	0,2015	0,2413	0,2832	0,3324	0,3844	0,4384	0,4934	0,5494	0,6074	0,6674	2	
24	0,0316	0,0559	0,0859	0,1230	0,1615	0,2025	0,2423	0,2842	0,3344	0,3884	0,4444	0,5014	0,5594	0,6184	0,6794	2	
25	0,0319	0,0562	0,0862	0,1240	0,1625	0,2035	0,2433	0,2852	0,3354	0,3904	0,4474	0,5054	0,5644	0,6244	0,6864	2	
26	0,0322	0,0565	0,0865	0,1250	0,1635	0,2045	0,2443	0,2862	0,3364	0,3914	0,4484	0,5064	0,5654	0,6264	0,6884	1	
27	0,0325	0,0568	0,0868	0,1260	0,1645	0,2055	0,2453	0,2872	0,3374	0,3924	0,4494	0,5074	0,5664	0,6274	0,6894	2	
28	0,0328	0,0571	0,0871	0,1270	0,1655	0,2065	0,2463	0,2882	0,3384	0,3934	0,4504	0,5084	0,5674	0,6284	0,6904	2	
29	0,0331	0,0574	0,0874	0,1280	0,1665	0,2075	0,2473	0,2892	0,3394	0,3944	0,4514	0,5094	0,5684	0,6294	0,6914	2	
30	0,0334	0,0577	0,0877	0,1290	0,1675	0,2085	0,2483	0,2902	0,3404	0,3954	0,4524	0,5104	0,5694	0,6304	0,6924	2	
31	0,0337	0,0580	0,0880	0,1300	0,1685	0,2095	0,2493	0,2912	0,3414	0,3964	0,4534	0,5114	0,5704	0,6314	0,6934	2	
32	0,0340	0,0583	0,0883	0,1310	0,1695	0,2105	0,2503	0,2922	0,3424	0,3974	0,4544	0,5124	0,5714	0,6324	0,6944	2	
33	0,0343	0,0586	0,0886	0,1320	0,1705	0,2115	0,2513	0,2932	0,3434	0,3984	0,4554	0,5134	0,5724	0,6334	0,6954	2	
34	0,0346	0,0589	0,0889	0,1330	0,1715	0,2125	0,2523	0,2942	0,3444	0,3994	0,4564	0,5144	0,5734	0,6344	0,6964	2	
35	0,0349	0,0592	0,0892	0,1340	0,1725	0,2135	0,2533	0,2952	0,3454	0,4004	0,4574	0,5154	0,5744	0,6354	0,6974	2	
36	0,0352	0,0595	0,0895	0,1350	0,1735	0,2145	0,2543	0,2962	0,3464	0,4014	0,4584	0,5164	0,5754	0,6364	0,6984	2	
37	0,0355	0,0598	0,0898	0,1360	0,1745	0,2155	0,2553	0,2972	0,3474	0,4024	0,4594	0,5174	0,5764	0,6374	0,6994	2	
38	0,0358	0,0601	0,0901	0,1370	0,1755	0,2165	0,2563	0,2982	0,3484	0,4034	0,4604	0,5184	0,5774	0,6384	0,7004	2	
39	0,0361	0,0604	0,0904	0,1380	0,1765	0,2175	0,2573	0,2992	0,3494	0,4044	0,4614	0,5194	0,5784	0,6394	0,7014	2	
40	0,0364	0,0607	0,0907	0,1390	0,1775	0,2185	0,2583	0,3002	0,3504	0,4054	0,4624	0,5204	0,5794	0,6404	0,7024	2	
41	0,0367	0,0610	0,0910	0,1400	0,1785	0,2195	0,2593	0,3012	0,3514	0,4064	0,4634	0,5214	0,5804	0,6414	0,7034	2	
42	0,0370	0,0613	0,0913	0,1410	0,1795	0,2205	0,2603	0,3022	0,3524	0,4074	0,4644	0,5224	0,5814	0,6424	0,7044	2	
43	0,0373	0,0616	0,0916	0,1420	0,1805	0,2215	0,2613	0,3032	0,3534	0,4084	0,4654	0,5234	0,5824	0,6434	0,7054	2	
44	0,0376	0,0619	0,0919	0,1430	0,1815	0,2225	0,2623	0,3042	0,3544	0,4094	0,4664	0,5244	0,5834	0,6444	0,7064	2	
45	0,0379	0,0622	0,0922	0,1440	0,1825	0,2235	0,2633	0,3052	0,3554	0,4104	0,4674	0,5254	0,5844	0,6454	0,7074	2	
46	0,0382	0,0625	0,0925	0,1450	0,1835	0,2245	0,2643	0,3062	0,3564	0,4114	0,4684	0,5264	0,5854	0,6464	0,7084	2	
47	0,0385	0,0628	0,0928	0,1460	0,1845	0,2255	0,2653	0,3072	0,3574	0,4124	0,4694	0,5274	0,5864	0,6474	0,7094	2	
48	0,0388	0,0631	0,0928	0,1470	0,1855	0,2265	0,2663	0,3082	0,3584	0,4134	0,4704	0,5284	0,5874	0,6484	0,7104	2	
49	0,0391	0,0634	0,0934	0,1480	0,1865	0,2275	0,2673	0,3092	0,3594	0,4144	0,4714	0,5294	0,5884	0,6494	0,7114	2	
50	0,0394	0,0637	0,0937	0,1490	0,1875	0,2285	0,2683	0,3102	0,3604	0,4154	0,4724	0,5304	0,5894	0,6504	0,7124	2	
51	0,0397	0,0640	0,0940	0,1500	0,1885	0,2295	0,2693	0,3112	0,3614	0,4164	0,4734	0,5314	0,5904	0,6514	0,7134	2	
52	0,0400	0,0643	0,0943	0,1510	0,1895	0,2305	0,2703	0,3122	0,3624	0,4174	0,4744	0,5324	0,5914	0,6524	0,7144	2	
53	0,0403	0,0646	0,0946	0,1520	0,1905	0,2315	0,2713	0,3132	0,3634	0,4184	0,4754	0,5334	0,5924	0,6534	0,7154	2	
54	0,0406	0,0649	0,0949	0,1530	0,1915	0,2325	0,2723	0,3142	0,3644	0,4194	0,4764	0,5344	0,5934	0,6544	0,7164	2	
55	0,0409	0,0652	0,0952	0,1540	0,1925	0,2335	0,2733	0,3152	0,3654	0,4204	0,4774	0,5354	0,5944	0,6554	0,7174	2	
56	0,0412	0,0655	0,0955	0,1550	0,1935	0,2345	0,2743	0,3162	0,3664	0,4214	0,4784	0,5364	0,5954	0,6564	0,7184	2	
57	0,0415	0,0658	0,0958	0,1560	0,1945	0,2355	0,2753	0,3172	0,3674	0,4224	0,4794	0,5374	0,5964	0,6574	0,7194	2	
58	0,0418	0,0661	0,0961	0,1570	0,1955	0,2365	0,2763	0,3182	0,3684	0,4234	0,4804	0,5384	0,5974	0,6584	0,7204	2	
59	0,0421	0,0664	0,0964	0,1580	0,1965	0,2375	0,2773	0,3192	0,3694	0,4244	0,4814	0,5394	0,5984	0,6594	0,7214	2	
60	0,0424	0,0667	0,0967	0,1590	0,1975	0,2385	0,2783	0,3202	0,3704	0,4254	0,4824	0,5404	0,5994	0,6604	0,7224	2	
61	0,0427	0,0670	0,0970	0,1600	0,1985	0,2395	0,2793	0,3212	0,3714	0,4264	0,4834	0,5414	0,6004	0,6614	0,7234	2	
62	0,0430	0,0673	0,0973	0,1610	0,1995	0,2405	0,2803	0,3222	0,3724	0,4274	0,4844	0,5424	0,6014	0,6624	0,7244	2	
63	0,0433	0,0676	0,0976	0,1620	0,2005	0,2415	0,2813	0,3232	0,3734	0,4284	0,4854	0,5434	0,6024	0,6634	0,7254	2	
64	0,0436	0,0679	0,0979	0,1630	0,2015	0,2425	0,2823	0,3242	0,3744	0,4294	0,4864	0,5444	0,6034	0,6644	0,7264	2	
65	0,0439	0,0682	0,0982	0,1640	0,2025	0,2435	0,2833	0,3252	0,3754	0,4304	0,4874	0,5454	0,6044	0,6654	0,7274	2	
66	0,0442	0,0685	0,0														

TABELA 2 - Fatores de conversão do volume total, sem casca, em volume comercial (considerando perdas em função de um diâmetro mínimo superior (d) igual a 5 cm, com casca e três diferentes alturas de toco remanescente)*

Alt. com toco		ALTURA TOTAL, em = (H)																
Alt. toco	Alt. tot.	(cm)	(H)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
10	0,7216	0,7297																
20	0,6263	0,6349																
30	0,5179	0,5192																
10	0,7040	0,7221	0,7775															
20	0,6759	0,6946	0,7071	0,7811														
30	0,5751	0,5964	0,6275	0,6427	0,6642													
10	0,8021	0,8102	0,8195	0,8195	0,8224	0,8287												
20	0,7206	0,7368	0,7517	0,7607	0,7676	0,7775												
30	0,6254	0,6507	0,6763	0,6942	0,7045	0,7200												
10	0,8259	0,8440	0,8497	0,8535	0,8564	0,8587	0,8604											
20	0,7601	0,7768	0,7913	0,8003	0,8071	0,8124	0,8167	0,8178										
30	0,6723	0,7035	0,7246	0,7399	0,7513	0,7604	0,7676	0,7704										
10	0,8654	0,8726	0,8790	0,8829	0,8860	0,8882	0,8900	0,8912										
20	0,7945	0,8112	0,8268	0,8348	0,8416	0,8469	0,8512	0,8544										
30	0,7121	0,7434	0,7646	0,7797	0,7913	0,8003	0,8075	0,8122										
10	0,8907	0,8992	0,9042	0,9081	0,9112	0,9134	0,9152	0,9167	0,9180									
20	0,8239	0,8426	0,8552	0,8642	0,8740	0,8793	0,8806	0,8840	0,8870	0,8894	0,8916							
30	0,7462	0,7775	0,7968	0,8139	0,8284	0,8395	0,8476	0,8525	0,8567	0,8603	0,8633							
10	0,9117	0,9168	0,9212	0,9251	0,9280	0,9303	0,9321	0,9336	0,9350	0,9362	0,9376	0,9389	0,9409					
20	0,8483	0,8670	0,8796	0,8886	0,8954	0,9006	0,9044	0,9070	0,9094	0,9113	0,9138	0,9159	0,9177	0,9194	0,9213	0,9228		
30	0,7747	0,8059	0,8271	0,8423	0,8534	0,8628	0,8701	0,8760	0,8809	0,8851	0,8887	0,8919	0,8946	0,8966	0,8982	0,8997		
10	0,9365	0,9422	0,9459	0,9489	0,9519	0,9549	0,9579	0,9609	0,9639	0,9664	0,9689	0,9715	0,9741	0,9769	0,9795	0,9822	0,9846	
20	0,8663	0,8869	0,8989	0,9079	0,9147	0,9199	0,9243	0,9277	0,9306	0,9331	0,9352	0,9378	0,9405	0,9432	0,9459	0,9486	0,9513	
30	0,8286	0,8497	0,8619	0,8757	0,8865	0,8957	0,9027	0,9086	0,9136	0,9178	0,9213	0,9243	0,9278	0,9313	0,9345	0,9372	0,9407	
10	0,9544	0,9592	0,9612	0,9625	0,9635	0,9643	0,9650	0,9658	0,9668	0,9676	0,9683	0,9690	0,9697	0,9703	0,9715	0,9721	0,9726	
20	0,9130	0,9219	0,9286	0,9344	0,9384	0,9418	0,9448	0,9475	0,9500	0,9523	0,9543	0,9562	0,9578	0,9593	0,9612	0,9628	0,9642	
30	0,8666	0,8818	0,8953	0,9073	0,9183	0,9285	0,9378	0,9456	0,9525	0,9584	0,9631	0,9672	0,9708	0,9741	0,9768	0,9795	0,9822	
10	0,9779	0,9804	0,9824	0,9844	0,9864	0,9879	0,9894	0,9909	0,9925	0,9940	0,9956	0,9971	0,9986	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000	
20	0,9379	0,9413	0,9433	0,9447	0,9458	0,9468	0,9475	0,9480	0,9486	0,9491	0,9496	0,9500	0,9504	0,9508	0,9512	0,9516	0,9519	
30	0,9044	0,9134	0,9214	0,9284	0,9344	0,9394	0,9434	0,9475	0,9515	0,9555	0,9595	0,9635	0,9675	0,9715	0,9755	0,9795	0,9835	
10	0,9894	0,9914	0,9924	0,9934	0,9944	0,9954	0,9964	0,9974	0,9984	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
20	0,9544	0,9634	0,9714	0,9784	0,9844	0,9894	0,9934	0,9974	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
30	0,9214	0,9304	0,9384	0,9454	0,9514	0,9564	0,9604	0,9644	0,9684	0,9724	0,9764	0,9804	0,9844	0,9884	0,9924	0,9964	1,0000	

* Tabela organizada em função da equação (5), para $d = 0,05$ e n e suas 3 alternativas de altura de toco (b_1).

Continua

TABELA 2 - Continuação

Alt. com. Alt. $\frac{(b)}{(H)}$		ALTURA TOTAL, em m (H)															
toco Alt. tot. (cm) (H)		19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
10	0,9607	0,9611	0,9616	0,9619													
20	0,80	0,9423	0,9435	0,9445	0,9452												
30	0,9237	0,9255	0,9270	0,9285													
10	0,9731	0,9735	0,9739	0,9743	0,9746	0,9746	0,9746	0,9746	0,9746	0,9760	0,9773						
20	0,85	0,9566	0,9577	0,9585	0,9594	0,9602	0,9607	0,9609	0,9612	0,9631	0,9631						
30	0,9406	0,9423	0,9439	0,9453	0,9466	0,9479	0,9490	0,9499	0,9499	0,9515	0,9515						
10	0,9806	0,9816	0,9826	0,9828	0,9830	0,9831	0,9833	0,9836	0,9836	0,9838	0,9838	0,9838	0,9844	0,9850	0,9855	0,9859	
20	0,90	0,9658	0,9668	0,9677	0,9686	0,9693	0,9700	0,9706	0,9713	0,9718	0,9720	0,9723	0,9732	0,9741	0,9748	0,9755	
30	0,9516	0,9535	0,9550	0,9564	0,9578	0,9589	0,9600	0,9609	0,9620	0,9626	0,9626	0,9632	0,9645	0,9657	0,9669	0,9676	
10	0,9850	0,9855	0,9860	0,9864	0,9868	0,9871	0,9874	0,9877	0,9877	0,9880	0,9882	0,9878	0,9879	0,9878	0,9880	0,9883	
20	0,95	0,9697	0,9708	0,9718	0,9727	0,9735	0,9742	0,9749	0,9755	0,9761	0,9766	0,9767	0,9770	0,9771	0,9776	0,9780	
30	0,9569	0,9588	0,9605	0,9620	0,9634	0,9646	0,9658	0,9669	0,9678	0,9678	0,9687	0,9787	0,9695	0,9696	0,9704	0,9712	

TABELA 3 - Fatores de conversão do volume total, sem casca, em volume comercial (considerando perdas em função de um diâmetro mínimo superior (d) igual a 8 cm, com casca, e três diferentes alturas de toco remanescente)*

Alt. com. (h) (cm)		Alt. tot. (H)	ALTURA TOTAL, cm = (h)																
			5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
10			0,6304	0,6380															
20	0,40		0,5787	0,6099															
30			0,5158	0,5625															
10		0,45	0,6910	0,6968	0,7079	0,7113													
20			0,6388	0,6630	0,6634	0,6709													
30			0,5807	0,6015	0,6163	0,6276													
10		0,50	0,7552	0,7537	0,7578	0,7622	0,7653	0,7678											
20			0,6968	0,7071	0,7173	0,7280	0,7330	0,7359											
30			0,6380	0,6597	0,6716	0,6829	0,6917	0,6967											
10		0,55	0,7930	0,8005	0,8059	0,8099	0,8180	0,8156	0,8177										
20			0,7409	0,7507	0,7654	0,7721	0,7841	0,7855	0,7878										
30			0,6845	0,7092	0,7201	0,7313	0,7454	0,7480	0,7488										
10		0,60	0,8344	0,8419	0,8472	0,8514	0,8595	0,8570	0,8591	0,8608									
20			0,7608	0,7772	0,8074	0,8151	0,8211	0,8260	0,8299	0,8332									
30			0,7295	0,7552	0,7660	0,7783	0,7851	0,7921	0,7980	0,8028									
10		0,65				0,8854	0,8895	0,8920	0,8941	0,8959	0,8976	0,8985							
20						0,8514	0,8572	0,8620	0,8650	0,8692	0,8721	0,8744	0,8766						
30						0,8144	0,8144	0,8133	0,8131	0,8109	0,8100	0,8108							
10		0,70				0,9140	0,9181	0,9206	0,9227	0,9244	0,9259	0,9274	0,9282	0,9292	0,9301	0,9307			
20						0,8812	0,8872	0,8920	0,8959	0,8992	0,9021	0,9045	0,9065	0,9084	0,9100	0,9115			
30						0,8468	0,8555	0,8627	0,8695	0,8723	0,8774	0,8810	0,8841	0,8867	0,8891	0,8913			
10		0,75				0,9271	0,9303	0,9329	0,9349	0,9366	0,9381	0,9393	0,9403	0,9414	0,9421	0,9429	0,9436		
20						0,8952	0,9011	0,9061	0,9103	0,9143	0,9161	0,9185	0,9204	0,9219	0,9239	0,9254	0,9267		
30						0,8736	0,8823	0,8894	0,8967	0,9006	0,9072	0,9134	0,9197	0,9258	0,9318	0,9369	0,9408		
10		0,80					0,9586	0,9608	0,9624	0,9641	0,9652	0,9673	0,9682	0,9691	0,9697	0,9702	0,9708		
20							0,9341	0,9390	0,9414	0,9441	0,9464	0,9486	0,9505	0,9521	0,9535	0,9546	0,9546		
30							0,9104	0,9162	0,9230	0,9252	0,9274	0,9287	0,9298	0,9307	0,9318	0,9329	0,9336		
10		0,85						0,9639	0,9665	0,9688	0,9704	0,9714	0,9722	0,9729	0,9734	0,9738	0,9740		
20								0,9405	0,9439	0,9468	0,9491	0,9508	0,9521	0,9531	0,9539	0,9544	0,9546		
30								0,9179	0,9219	0,9252	0,9274	0,9287	0,9298	0,9307	0,9318	0,9329	0,9336		

* Tabela organizada em função da equação (5), para $d = 0,08$ m, e suas 3 alternativas de altura de toco (h_1)

Continua

TABELA 3 - Continuação

Alt. Alt.com. toco $\frac{(b)}{(a)}$ (cm) Alt.tot. (H)		ALTURA TOTAL, em m (H)											
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
10	0,9542												
20	0,75	0,9379											
30	0,9215												
10	0,9700	0,9705	0,9710	0,9715	0,9719	0,9723							
20	0,80	0,9559	0,9569	0,9577	0,9587	0,9595	0,9603						
30	0,9425	0,9439	0,9454	0,9465	0,9479	0,9490							
10	0,9794	0,9799	0,9804	0,9809	0,9811	0,9813	0,9815	0,9826					
20	0,85	0,9679	0,9690	0,9700	0,9709	0,9716	0,9719	0,9723	0,9740				
30	0,9578	0,9593	0,9607	0,9620	0,9634	0,9639	0,9643	0,9667					
10	0,9824	0,9829	0,9834	0,9839	0,9843	0,9847	0,9850	0,9853	0,9856	0,9859	0,9862	0,9865	0,9869
20	0,90	0,9739	0,9752	0,9759	0,9768	0,9776	0,9783	0,9789	0,9796	0,9800	0,9807	0,9811	0,9826
30	0,9673	0,9695	0,9703	0,9716	0,9728	0,9738	0,9748	0,9757	0,9766	0,9775	0,9788	0,9794	0,9801

A escolha dos fatores de multiplicação nas tabelas 2 e 3 depende da razão entre a altura comercial (h) e a altura total (H) da árvore a ser cubada.

Suponha, por exemplo, que se deseja estimar o volume comercial de uma árvore de 25 m de altura total (H), 28,8 cm de diâmetro (DAP) e 20 m de altura comercial (h); a porcentagem de perda desejada é em função de um toco remanescente de 0,30 m (h₁) e de um diâmetro mínimo, com casca, de 0,08 m (d). Considerando que a razão entre h/H é igual a 0,80 (=20/25), o fator de multiplicação será 0,9490. Assim, o volume comercial estimado será: $0,9490 \times 0,4684$ (obtido da tabela 1) = 0,4445 m³.

4. CONCLUSÕES

1. A aplicação da equação logarítmica $V_t = 0,16800 \cdot D^{1,93016} \cdot H^{1,14538}$, para estimar o volume total, sem casca, resultou em maior eficiência do que a equação não ponderada $V_t = -0,00447 + 0,29017 D^2 H$, visto ter proporcionado certa minimização da heterogeneidade da variância dos dados básicos, por classe de variável independente.
2. A despeito da necessidade de se contar com a medida "altura comercial" para utilizar as tabelas de fatores de conversão (tabelas 2 e 3), a precisão com que estimam o volume comercial e a flexibilidade proporcionada devido aos diversos níveis de mercantabilidade são fortes razões para essas tabelas serem grandemente difundidas em práticas de mensuração florestal.
3. Quanto maior for a precisão com que uma tabela estima o volume total, maior será a precisão das estimativas do volume comercial, encontradas através dos fatores de conversão.

5. RESUMO

Para elaborar uma tabela de volume total, sem casca (V_t), foram analisadas pelo método dos quadrados mínimos, os modelos de equação $V_t = b_0 \cdot D^{b_1} \cdot H^{b_2}$ e $V_t = b_0 + b_1 D^2 H$, sendo D, o diâmetro à altura do peito (DAP), com casca, e H a altura total da árvore, resultando ser mais eficiente a primeira dessas, de natureza logarítmica.

O coeficiente de determinação (R²) para a 1ª equação foi 0,9850 e para a segunda, 0,9832.

Para verificar se havia superestimação ou subestimação entre árvores de grande e pequeno porte, foram comparados os volumes reais, por classe de DAP, com os volumes estimados através da regressão logarítmica.

Os erros padrão (Sy.x) das estimativas dessas equações foram comparados através do índice de FURNIVAL.

Para estimar o volume comercial (V_c) (considerando perdas em função de dois diâmetros superiores mínimos de utilização (d) e três alturas de toco remanescente de 10, 20 e 30 cm (h₁)), foi analisada a equação $V_c = b_0 + b_1 D^2 + b_2 H + b_3 D^2 H$.

$b_4 \left(\frac{H}{D-1,3} \right)$; em virtude da superestimação resultante, deixou-se de mencionar as estatísticas da sua precisão.

Também visando estimar o volume comercial, foram analisadas as equações $f = b_0 + b_1 \left[\left(\frac{d^2}{D^2} \right) \left(\frac{H-h_1}{H} \right) \right] + b_2$

$$\left[\left(\frac{d^2}{D^2} \right) \left(\frac{H-h_1}{H} \right) \right]^2 \text{ e } f = b_0 + b_1 \left(\frac{h-h_1}{H} \right) + b_2$$

$$\left[\left(\frac{h}{H} \right)^2 - \left(\frac{h_1}{H} \right)^2 \right], \text{ sendo } f \text{ um fator de multiplicação pelo volume total.}$$

As estatísticas obtidas, erro padrão das estimativas e o R^2 , indicaram ser este último modelo bastante eficiente.

As computações foram baseadas numa amostra de 118 árvores de *Pinus elliottii*, procedentes de 4 localidades do Estado de São Paulo e 1 localidade do Estado de Minas Gerais, todas elas consideradas de boa aptidão ecológica para o crescimento dessa espécie.

Foram organizadas tabelas de volume total e de fatores de conversão baseando-se nas duas equações que apresentaram maior precisão.

6. SUMMARY

With the objective of preparing a volume table for total volume inside bark, least square regression method were used to analyse the equations $V_t = b_0 \cdot D^{b_1} \cdot H^{b_2}$ and $V = b_0 + b_1 D^2 H$, where D equals diameter breast height outside bark, and where H equals total tree height. The results indicated greater efficiency for the logarithmic form.

The coefficient of determination (R^2) was 0,9850 for the first equation and 0,9832 for the second.

In order to determine if under or over estimation was occurring for large or small trees, read and estimated volumes were compared, by diameter class.

Standard errors of the estimates for the above cited equations were compared using Furnival's index.

Merchantable volume was estimated for two minimum upper diameters and three stumps heights using the equation

$V_c = b_0 + b_1 D^2 + b_2 H + b_3 D^2 H - b_4 \left(\frac{H}{D-1,3} \right)$. Due to occurrence of substantial overestimation, further analysis of this equation was eliminated.

Additional attempts were made to estimate merchantable volume using the equations $f = b_0 + b_1 \left[\left(\frac{d^2}{D^2} \right) \left(\frac{H-h_1}{H} \right) \right] + b_2$

$$\left[\left(\frac{d^2}{D^2} \right) \left(\frac{H-h_1}{H} \right) \right]^2 \text{ and } f = b_0 + b_1 \left(\frac{h-h_1}{H} \right) + b_2$$

$$\left[\left(\frac{h}{H} \right)^2 - \left(\frac{h_1}{H} \right)^2 \right], \text{ where } f \text{ is a fator used to adjust total}$$

volume from the volume table so as to provide merchantable volume.

The statistical results obtained, standard error of the estimate and R^2 , indicate that the second equation is relatively efficient.

Calculation were based on a sample of 118 trees of *Pinus elliottii*, from 4 locatiin in the state of São Paulo and 1 location in the state of Minas Gerais, with all locations considered of ecologically appropriate for growth of this specie.

Tables of total and conversion factors for merchantable volume were prepared using the 2 equations which provided greatest precisions.

7. LITERATURA CITADA

1. BEERS T. & GINGRICH, S. Construction of cubic-foot volume tables for red oak in Pensylvania. *Journal of Forestry*, Washington, 56(3):210-14, 1958.
2. CAMPOS, J.C.C. *Estudo sobre índice de sítio e tabelas de volume e produção para Pinus elliottii* Engelm. no Estado de São Paulo. Turrialba, Instituto Interamericano de Ciências Agrícolas, 1970. 81 p. (Tese M.S.).
3. CAMPOS, J.C.C. & KRONKA, J.J.N. Tabela de volume comercial para *Pinus elliottii* Engelm. (s.n.t) 9 p. (Trabalho apresentado no VII Congresso Florestal Mundial, Buenos Aires, 1972).
4. FURNIVAL, G.M. An index for comparing equations used in constructing volume tables. *Forest Science*, Washington, 7(4):337-41, 1961.
5. HONER, T.G. The use of height and squared diameter ratios for the estimation of merchantable cubic foot volume. *Forestry Chronicle*, Ottawa, 40(3):324-31, 1964.
6. —. A new total cubic foot volume function. *Forestry Chronicle*, Ottawa, 41(4):476-93, 1965.
7. SCHUMACHER, F.X. & HALL, F.dos S. Logarithmic expression of timber-tree volume. *Journal of Agricultural Research*, Washington, 47(9): 719-734, 1933.
8. SPURR, S. *Forest inventory*. New York, The Ronald Press, 1951. 476 p.