

TEMPERATURA DO SOLO COMO UMA RESPOSTA AO ESTÍMULO DA RADIAÇÃO SOLAR^{1/}

Francisco Rodrigues Oliveira ^{2/}
Gilberto C. Sediyama ^{3/}
Manoel Vieira ^{2/}
Dirceu Teixeira Coelho ^{3/}

1. INTRODUÇÃO

As características microclimáticas do ar próximo à superfície do solo são profundamente influenciadas pela natureza da superfície do solo, sobretudo pelas suas propriedades térmicas. O perfil da temperatura do solo, por sua vez, apresenta flutuação diária, que varia com a época do ano e de um local para outro.

A variação periódica da altitude solar é a principal causa da variação periódica da temperatura da superfície do solo. Entretanto, as componentes do balanceamento de energia na superfície, tais como convecção de calor sensível do ar, calor latente, condução de calor para o interior do solo e o próprio saldo de radiação, condicionam também as flutuações aleatórias no ciclo periódico da temperatura do solo.

Já se conhecem as soluções analíticas da equação de condução de calor em sólidos para diferentes condições iniciais e de fronteiras. Todavia, a maioria das soluções presume, basicamente, uniformidade nas propriedades térmicas do sólido em estudo.

Entretanto, soluções matemáticas da equação de condução de calor para meios não homogêneos, tal como o solo, envolvem aproximações entre os fluxos de radiação solar e térmicos na superfície do solo que requerem interpretações de caráter essencialmente interativo. Evidentemente, o fluxo de calor no solo pode ser calculado por intermédio da determinação das ondas de temperatura, com ba-

^{1/} Recebido para publicação em 2-01-1980.

^{2/} Departamento de Matemática — U.F.V. — 36570 Viçosa, MG.

^{3/} Departamento de Engenharia Agrícola — U.F.V. — 36570 Viçosa, MG.

se numa série de dados observados. Mesmo assim, esse procedimento não é simples, porque a temperatura atual do solo raramente é conhecida e porque, além disso, há grandes variações nas propriedades térmicas do solo próximo à superfície.

Diante dos problemas anteriormente discutidos e da importância de se conhecer a temperatura do solo a 2 cm de profundidade, principalmente com finalidades agrícolas, este trabalho teve como principal objetivo testar um modelo matemático em que a temperatura do solo pudesse ser considerada como uma resposta ao estímulo da radiação solar.

Apesar da complexidade dos processos físicos envolvidos no relacionamento entre a radiação e a temperatura do solo a 2 cm de profundidade, tem-se, a priori, um sistema linear H cuja entrada é a radiação solar (RS) e cuja saída é a temperatura do solo a 2 cm de profundidade (TS).

Com isso, tem-se

$$TS = H(RS) \quad (1)$$

Admitindo-se que RS seja sinal contínuo no tempo, pode-se aproximar-lo por meio de um número finito de pulsos unitários de largura Δs , conforme mostram SCHWARZ e FRIEDLAND (9).

Quando s tende a zero, a aproximação torna-se exata e igual a

$$RS(t) = \int_{-\infty}^{\infty} RS(s) \delta(t-s) ds, \quad (2)$$

em que δ é o impulso unidade.

Voltando à equação (1), obtém-se

$$\begin{aligned} TS(t) &= H(RS(t)) \\ &= H \left[\int_{-\infty}^{\infty} RS(s) \delta(t-s) ds \right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} RS(s) H \delta(t-s) ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} RS(s) h(t,s) ds, \end{aligned} \quad (3)$$

uma vez que H é linear. E mais, pressupondo que H seja causal e invariante no tempo, a equação (3) torna-se

$$TS(s) = \int_0^t RS(s) h(t-s) ds, \quad (4)$$

o que, por definição, é a convolução entre $RS(t)$ e $h(t)$, sendo h a resposta ao impulso unidade.

A equação (4) é a expressão matemática de um sistema dinâmico que fornece os valores de $TS(t)$ como uma resposta à $RS(t)$. Para que possa ser usada, é necessário estimar a função h , o que é feito mediante a análise e síntese de Fourier, o que se vê, detalhadamente, nos aspectos teóricos relatados por CHURCHILL (1), FIGUEIREDO (3), HSU (5), KREYSZIG (6), SOKOLNIKOFF (10) e nas aplicações de HASFURTHER e BURMAN (4), OLIVEIRA (7) e OLIVEIRA *et alii* (8).

Obtém-se a estimativa de h pela aplicação da transformada de Fourier à equa-

cão (4), obtendo-se

$$F[TS(t)] = F[RS(t)] \cdot F[h(t)] \quad (5)$$

e, daí,

$$F[h(t)] = F[TS(t)] / F[RS(t)] \quad (6)$$

Expressando as funções TS e RS em série de Fourier, o lado direito da equação (6) fornece os coeficientes da série de Fourier que aproxima a função h.

A aplicação da transformada inversa de Fourier permite, finalmente, determinar a série de Fourier que aproxima a função h:

$$h(t) = p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (p_n \cos nt + q_n \operatorname{sen} nt) \quad (7)$$

2. METODOLOGIA

2.1. Tomaram-se as temperaturas diárias do solo, a 2 cm de profundidade, no período de 1971 a 1976, nos horários de 12, 18 e 24 h TMG, obtidos na Estação Climatológica Principal de Viçosa, MG, n.º 83642, latitude 20°45'S e longitude 42°51'W.

A temperatura média diária do solo, a 2 cm de profundidade (TS), foi calculada pela fórmula

$$TS = (T_{12} + T_{18} + 2 T_{24})/4 \quad (8)$$

em que T_{12} , T_{18} e T_{24} são, respectivamente, temperaturas das 12, 18 e 24 h TMG.

As temperaturas médias diárias de cada ano foram ordenadas de 1 a 365. Em seguida, promediaram-se as temperaturas dos dias com o mesmo número de ordem dos anos de 1971 a 1976.

2.2. Tomaram-se os dados diários de radiação solar, no período de 1971 a 1976, na mesma Estação.

Do mesmo modo, calcularam-se as médias dos valores de radiação solar dos dias com o mesmo número de ordem dos anos de 1971 a 1976.

2.3. A cada conjunto de 365 dados de radiação solar e de temperatura do solo ajustou-se uma série de Fourier:

$$RS(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \operatorname{sen} nt) \quad (9)$$

$$TS(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n \cos nt + d_n \operatorname{sen} nt) \quad (10)$$

Os coeficientes a_0 , a_n , b_n , c_0 , c_n e d_n foram calculados por integração numérica, pela regra retangular.

2.4. Os coeficientes da série de Fourier que aproxima a função h, na equação (7), foram calculados por intermédio dos coeficientes das equações (9) e (10), pelas fórmulas

$$P_0 = c_0/a_0 \quad (11)$$

$$P_n = (a_n c_n + b_n d_n) / (a_n^2 + b_n^2) \quad (12)$$

$$q_n = (b_n c_n - a_n d_n) / (a_n^2 + b_n^2) \quad (13)$$

2.5. A integral da equação (4) foi calculada, numericamente, pela regra do trapézio, sendo que RS e h foram expressas por um número finito de harmônicos das respectivas séries de Fourier. Somaram-se as contribuições de cada harmônico das séries RS e TS ao r^2 , escolhendo-se os cinco harmônicos que apresentaram maior soma. Quando a equação (4) foi solucionada com os valores de RS obtidos pela média dos 6 anos (1971 a 1976), os valores de TS obtidos não coincidiram exatamente com os dados de TS obtidos pela média dos 6 anos, por causa do truncamento das séries. O quociente (TS obtida pela média dos 6 anos)/(TS obtida pela equação (4)) fornece um fator de correção para cada dia do ano, o qual foi utilizado no período de teste da equação (4).

2.6. Calculados os fatores diários de correção, testou-se a equação (4) com os valores de RS obtidos em 1977; os resultados foram comparados com os valores de TS efetivamente medidos em 1977.

2.7. Calculou-se o desvio médio (d) para o período de teste por

$$d = \left(\sum_{n=1}^N (TS \text{ medida} - TS \text{ estimada})^2 / n \right)^{1/2} \quad (14)$$

em que n é número de dias do período ou subperíodos analisados.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

É comum promover a «suavização» de dados climatológicos, conforme várias técnicas mostradas por CONRAD (2), o que não foi feito neste trabalho, cujo objetivo era uma análise mais objetiva da periodicidade.

O Quadro 1 fornece as contribuições individuais de cada harmônico ao r^2 .

Os dados do Quadro 1 mostram que a série de Fourier que aproxima RS converge fracamente. Há ainda que acrescentar que os dados de RS foram obtidos pela média de 6 anos, o que promove uma uniformização dos dados, e que o período de outono e inverno tem o céu menos encoberto que o período de verão e primavera, promovendo assim uma distribuição mais uniforme de RS durante os 365 dias.

O Quadro 2 fornece dados semelhantes, mas de apenas um ano (1977).

Em termos anuais, há uma correspondência mais direta entre os harmônicos que se ajustam melhor aos dados de RS e TS.

Entre os 10 harmônicos de melhor ajustamento aos dados médios de RS e TS de 6 anos há apenas 5 comuns, enquanto os 10 que melhor se ajustam aos dados de 1977 têm 8 comuns.

Com a suavização de dados, ocorre, normalmente, que a ordem de melhor ajustamento coincide com a ordem decrescente dos harmônicos, perdendo-se, entretanto, informações sobre a periodicidade.

A maior nebulosidade durante a primavera e o verão diminui a incidência de RS, que passa a ter, nessa região, um comportamento bastante uniforme, obliterando o periodismo anual, o que vem explicar o baixo ajustamento entre os primeiros harmônicos e o ajustamento uniformemente distribuído entre os harmônicos de ordem mais alta.

Pelo critério adotado para a escolha dos harmônicos das séries que aproximam RS e TS, para o uso da equação (4), foram selecionados os harmônicos 1, 2, 4,

QUADRO 1 - Valores individuais do r^2 de harmônicos das séries de Fourier ajustados aos dados de RS e TS, médias de 1971 a 1976. Viçosa, MG

Harmônico	r^2 de RS (%)	r^2 de TS (%)
1	50,22	87,93
2	9,88	5,28
3	0,23	0,55
4	3,48	0,04
5	0,67	0,35
7	0,79	0,26
9	0,85	0,55
10	1,38	0,59
11	0,85	0,34
14	0,77	0,09
15	0,86	0,03
18	0,78	0,06
19	0,73	0,57
20	1,30	0,09
25	0,81	0,08
28	0,92	0,08
31	1,54	0,18
33	0,81	0,04

10 e 31, e a partir dos seus coeficientes calcularam-se os da função h , que se vêem no Quadro 3.

A série de Fourier que aproxima a função h apresenta uma convergência fraca, pois os coeficientes da série de RS (a_n e b_n) geralmente têm maior valor absoluto que os da série de TS (c_n e d_n), e uma simples inspeção das equações (11), (12) e (13) revela que, nelas, o denominador é sempre de maior valor absoluto que o numerador.

Os resultados da integração numérica da equação (4), já multiplicados pelo fator de correção diário, de 10 em 10 dias, são apresentados no Quadro 4.

As Figuras 1, 2 e 3 representam graficamente as temperaturas do solo efetivamente medidas e estimadas em 1977.

Durante o ano de 1977 foram estudados períodos de 10 dias que tivessem alguma particularidade quanto à insolação e/ou precipitação, tais como máximos e mínimos, e as respectivas combinações possíveis. Vêem-se no Quadro 5 os desvios médios calculados para o período anual e para quatro décadas especiais.

A presença de chuvas provoca um resfriamento rápido do solo, promovendo maior defasagem entre as temperaturas medida e estimada, a qual será maior se estiver conjugada com baixa insolação.

QUADRO 2 - Valores individuais do r^2 de harmônicos das séries de Fourier ajustados aos dados de RS e TS de 1977.
Viçosa, MG

Harmônico	r^2 de RS (%)	r^2 de TS (%)
1	22,93	61,71
2	7,30	7,34
3	2,48	1,44
4	1,97	0,22
5	5,29	0,70
6	2,84	2,16
9	2,99	1,09
10	3,13	2,29
12	1,87	0,53
16	1,49	1,35
20	1,42	0,48
24	2,12	1,33
26	0,91	0,13
31	1,84	0,06
33	1,21	0,36
44	1,09	0,48
50	0,73	0,57

QUADRO 3 - Coeficientes da série finita de Fourier que aproxima a função h

n	p_n	q_n
0	0,06801	
1	0,06283	0,00104
2	0,03302	-0,01081
4	0,00335	-0,00437
10	0,03057	-0,00628
31	0,01630	0,00201

4. RESUMO E CONCLUSÕES

Considerou-se a temperatura do solo a 2 cm (TS) como uma resposta ao estímulo da radiação solar (RS), por intermédio de um modelo linear, causal, invariante no tempo e dinâmico, dado pela convolução $TS(t) = \int_0^t RS(s)h(t-s)ds$, em

QUADRO 4 - TS estimadas para 1977, utilizando RS de 1, 6 e 12 dias prévios, de 10 em 10 dias, inclusive os dias 1º e 365º. Viçosa, MG

Dia	TS efetiva-mente medi-da em 1977 (°C)	TS estimada com		
		1 dia (°C)	6 dias (°C)	12 dias (°C)
1	26,2	36,0	37,8	33,4
10	30,4	37,1	39,5	40,2
20	24,5	15,2	22,1	29,3
30	25,3	21,7	21,5	22,2
40	31,2	29,3	32,1	30,6
50	29,8	30,0	28,1	29,7
60	31,6	34,4	32,5	29,5
70	27,6	38,7	33,1	30,6
80	25,9	28,1	23,5	27,9
90	24,7	23,9	24,4	25,4
100	25,5	27,4	22,4	21,7
110	22,6	22,1	26,6	25,8
120	20,0	22,0	22,5	20,8
130	21,9	25,0	29,4	25,3
140	16,8	22,0	19,2	21,0
150	21,0	17,8	18,4	20,2
160	18,7	24,5	18,4	17,1
170	20,0	23,4	23,0	22,1
180	21,1	20,8	19,3	19,7
190	20,2	19,0	21,1	20,4
200	19,6	17,1	18,8	19,4
210	20,7	19,0	17,4	16,9
220	23,5	19,4	22,4	22,1
230	25,1	24,5	24,1	23,0
240	23,7	12,6	20,1	19,0
250	20,4	21,0	14,7	15,8
260	23,0	23,9	27,4	26,8
270	23,0	33,9	20,4	18,8
280	21,0	23,6	18,6	23,0
290	28,1	34,1	26,2	28,5
300	28,7	35,6	31,3	32,1
310	20,0	16,9	21,9	23,5
320	21,7	6,4	13,1	13,5
330	25,8	22,0	23,2	16,4
340	27,6	27,6	18,0	18,9
350	28,3	39,9	28,8	27,5
360	23,7	24,0	23,8	26,4
365	32,1	36,6	34,4	29,7

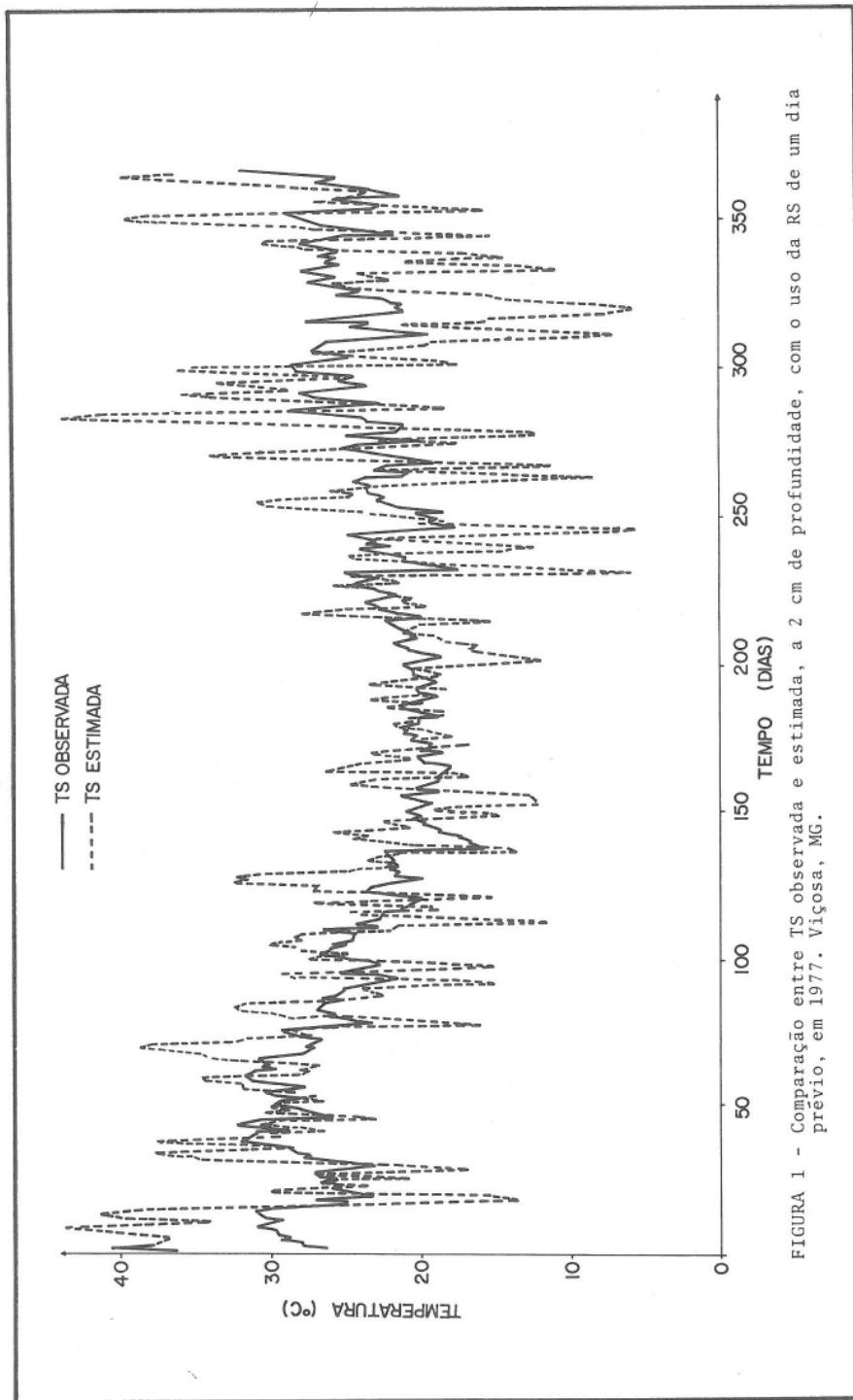


FIGURA 1 - Comparação entre TS observada e estimada, a 2 cm de profundidade, com o uso da RS de um dia prévio, em 1977. Viçosa, MG.

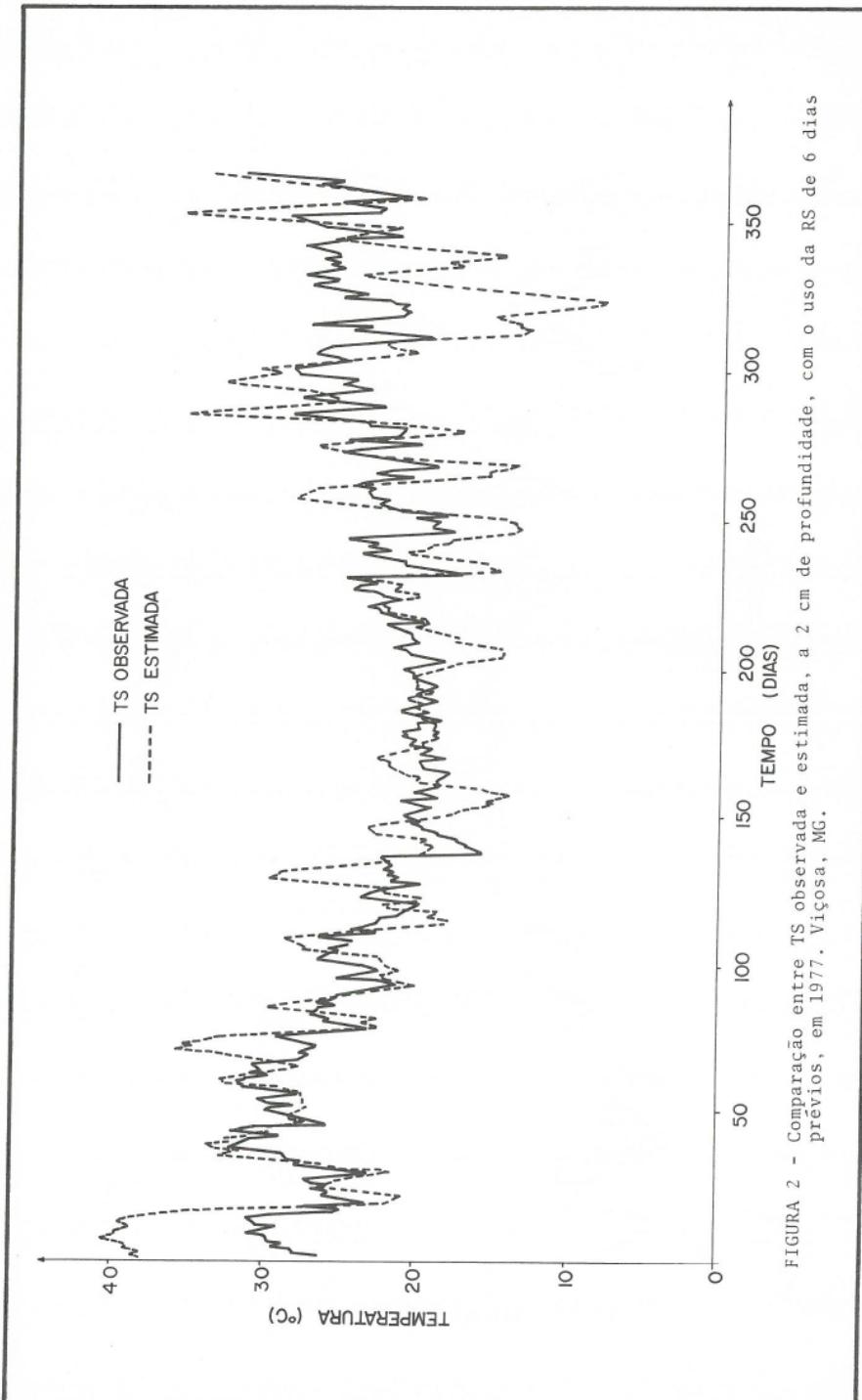


FIGURA 2 - Comparação entre TS observada e estimada, a 2 cm de profundidade, com o uso da RS de 6 dias
previos, em 1977. Viçosa, MG.

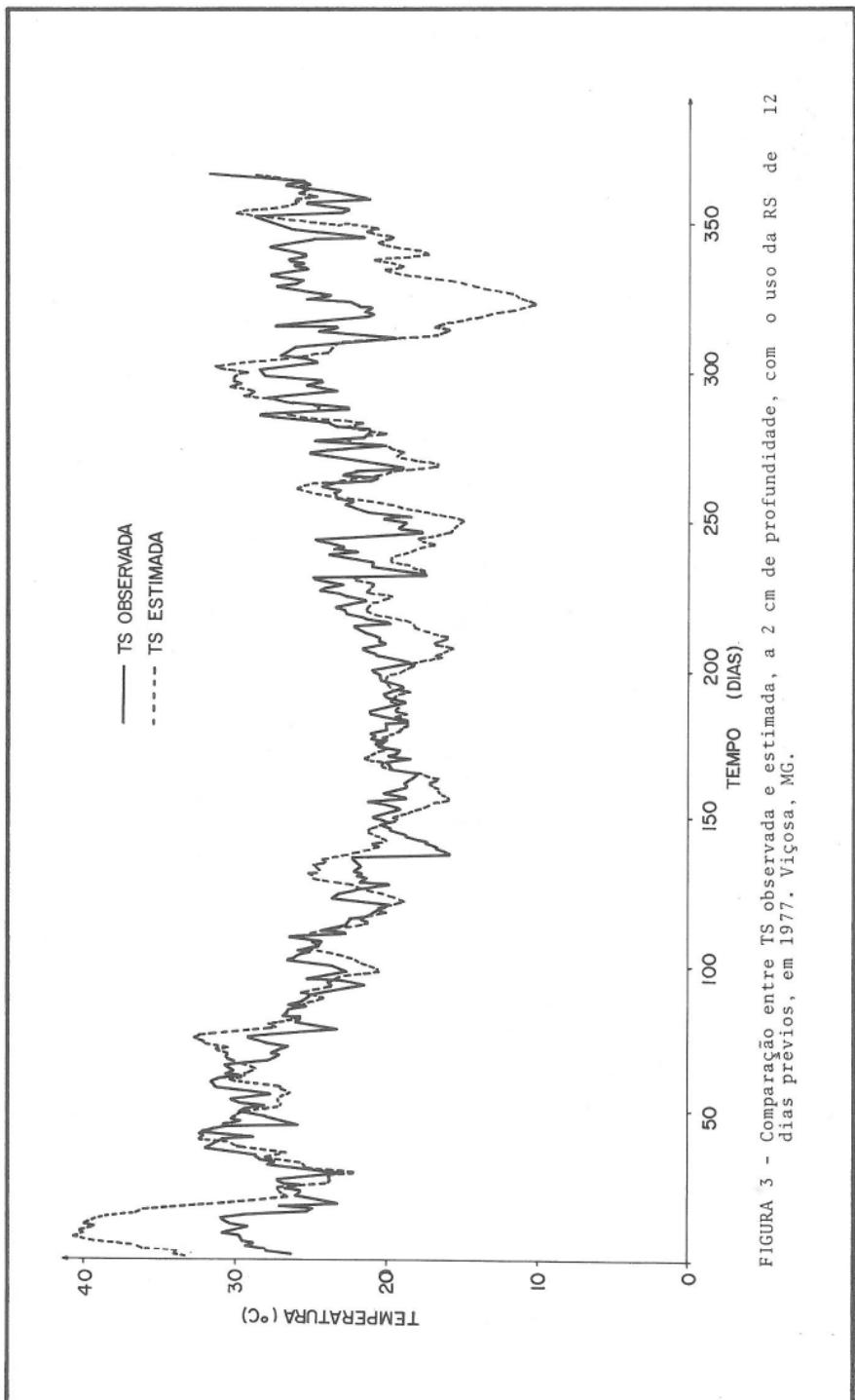


FIGURA 3 - Comparação entre TS observada e estimada, a 2 cm de profundidade, com o uso da RS de 12 dias prévios, em 1977. Viçosa, MG.

QUADRO 5 - Desvios médios entre as TS estimada e medida, ano de 1977. Viçosa, MG

Período	Características		Desvio médio ($^{\circ}\text{C}$)		
	Insolação (h)	Precipitação (mm)	Com 1 dia	Com 6 dias	Com 12 dias
1º/01 a 31/12/77	2.305,3	1.036,1	5,65	4,65	4,10
04/02 a 13/02/77	102,9	0,0	2,98	2,22	2,19
1º/08 a 10/08/77	75,5	0,0	3,09	1,13	1,88
12/11 a 21/11/77	6,1	86,8	11,24	11,12	9,36
03/12 a 12/12/77	42,4	126,6	5,85	6,70	5,82

que h é a resposta ao impulso unidade.

Dados de TS e RS, obtidos em Viçosa, MG, no período de 1971 a 1976, permitiram calcular os coeficientes da série de Fourier que aproxima a função h, a partir dos coeficientes das séries que aproximam TS e RS naquele período. Isso permitiu utilizar a equação (4), numericamente, pela regra do trapézio, em períodos fora do usado para gerar o modelo. No presente trabalho, o modelo foi testado em 1977, estimando-se a TS com o uso de dados de RS de 1, 6 e 12 dias prévios, cujos resultados foram comparados graficamente com os efetivamente medidos em 1977, determinando-se os desvios médios entre esses resultados.

Os resultados apresentados permitem concluir:

1. Em locais como Viçosa, o modelo proposto não se aplica, pois a RS tem uma distribuição anual bastante uniforme, fato que provoca uma convergência fraca da série de Fourier dos dados de RS.
2. A série de Fourier que aproxima a função h também converge fracamente, pois seus coeficientes, calculados pelas equações (11), (12) e (13), têm denominadores de grande valor absoluto, numa sucessão decrescente. Como são usados apenas 5 harmônicos, o modelo torna-se muito sensível às oscilações diárias, o que é facilmente observado nas temperaturas estimadas com dados de 1 dia prévio apenas (Figura 1).
3. As temperaturas estimadas com 6 a 12 dias prévios ainda são bastante oscilantes, embora no cálculo numérico da equação (4) sejam considerados os valores de RS dos dias prévios.
4. Nos períodos sem chuvas, o desvio médio entre os dados estimados e observados teve uma variação máxima de aproximadamente 1°C (com 6 dias), na comparação de duas décadas, com cerca de 25% de diferença em horas de insolação.

5. As chuvas provocam maiores desvios, principalmente se ocorrerem simultaneamente com baixa nebulosidade média diária, e chegam, muitas vezes, a duplicar os desvios médios para um período não chuvoso (com 6 dias).
6. O modelo revela fracamente a tendência geral da TS. As fortes discrepâncias para períodos chuvosos podem ser diminuídas com fatores de correções próprios para a época.
7. O modelo não se revelou adequado para estimar a TS como uma resposta ao estímulo da RS, com o uso de dados de RS de um dia prévio, quando, pelo exposto na segunda conclusão, houve grande discrepância entre a TS observada e a estimada.

5. SUMMARY

Solar radiation data (RS) were used to simulate the soil temperature at 2 cm depth using a linear model given by the convolution expression:

$$TS(t) = \int_0^t RS(s) h(t - s)ds$$

where h is the response to a unity impulse.

Using daily TS data observed in Viçosa, MG, from 1971 thru 1976, a Fourier series was adjusted to approach the function h . From the results of the integration of the convolution expression, $TS(t)$, the simulated soil temperature data were compared to observed TS data for 1977 using daily global RS data for 1, 6 and 12 previous days.

For days with no rainfall, the deviations between estimated and measured TS were only about $1^{\circ}C$ when compared with data for averaged ten-day periods and 25% difference in sunshine duration.

For days with rainfall, the average deviation between estimated and observed TS data was, in many cases, ten times larger than the deviation for dry days; however, the TS can be estimated on rainy days using an appropriate correction factor. The proposed simulation model is not recommended for the Viçosa climatic conditions.

6. LITERATURA CITADA

1. CHURCHILL, R.V. *Séries de Fourier e problemas de valores do contorno*. Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois, 1978. 270 p.
2. CONRAD, Y & POLLAK, L.W. *Methods in climatology*. Massachusetts, Harvard University Press, 1950. 459 p.
3. FIGUEIREDO, D.G. *Análise de Fourier e equações diferenciais parciais*. Rio de Janeiro, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1977. 274 p.
4. HASFURTHER, V.R. & BURMAN, R.D. Soil temperature modeling using air temperature as a driving mechanism. *Transactions of the ASAE*, 17(1):78-81. 1974.
5. HSU, H.P. *Análise de Fourier*. Tradução de Paulo Ivo de Queiroz. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1972. 274 p.

6. KREYSZIG, E. *Matemática superior*. Tradução de Carlos G. Oliveira. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, v. 3, 1976. 122 p.
7. OLIVEIRA, F.R. *Análise do comportamento térmico do solo em função da temperatura do ar*. Viçosa, Universidade Federal de Viçosa, 1978. 72 p. (Tese de Mestrado).
8. OLIVEIRA, F.R.; SEDIYAMA, G.C.; VIEIRA, M. & PINHEIRO FILHO, J.B. Temperatura do solo, a 2 cm de profundidade, como resposta à temperatura do ar. *Revista Ceres*, 26(144):205-215. 1979.
9. SCHWARZ, R.J. & FRIEDLAND, B. *Sistemas lineares*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, v. 1, 1972. 294 p.
10. SOKOLNIKOFF, I.S. & REDHEFFER, R.M. *Mathematics of physics and modern engineering*. Los Angeles, International Student Edition, 1966. 752 p.