Revista Ceres 35(199):283-296. 1988.

A DECOMPOSIÇÃO DA SOMA DE QUADRADOS DO RESÍDUO (a) NUMA ANÁLISE DE VARIÂNCIA DE ENSAIOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS, NO CASO EM QUE NEM TODOS OS TRATAMENTOS PRINCIPAIS TÊM TRATAMENTOS SECUNDÁRIOS [1]

Adair José Regazzi [2]
Humberto de Campos [3]

1. INTRODUÇÃO

Uma das pressuposições básicas do modelo estatístico adotado na execução de uma análise de variância, visando à correta aplicação de testes de significância, é que os erros tenham a mesma variância. Essa propriedade é conhecida como homocedasticidade, isto é, erros experimentais com variâncias homogêneas.

Quando a hipótese de homocedasticidade é rejeitada, tem-se o que se denomina heterocedasticidade ou heterogeneidade das variâncias.

STEEL e TORRIE (*9*) classificaram a heterocedasticidade em regular e irregular.

A heterocedasticidade regular geralmente surge de algum tipo de não-normalidade dos dados e de alguma forma de relacionamento entre as médias e variâncias dos vários tratamentos. Nesse caso, uma transformação apropriada dos dados poderá fazer com que eles passem a ter distribuição aproximadamente normal.

A heterocedasticidade irregular, ainda segundo os mesmos pesquisadores, é caracterizada pela maior variabilidade de uns tratamentos, em relação a outros, sem que necessariamente haja relação entre a média e a variância.

Um procedimento recomendado, nesse caso, é omitir alguns tratamentos ou subdividi-los em grupos, de tal forma que, com os tratamentos restantes, ou dentro de cada subdivisão, se tenha a esperada homocedasticidade.

---

[1] Parte da tese de doutorado do primeiro autor.

Aceito para publicação em 4-03-1988.

[2] Departamento de Matemática da UFV. 36570 Viçosa, MG.

[3] Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ/USP. 13.400 Piracicaba, SP.

Um outro procedimento algumas vezes empregado é subdividir a soma de quadrados do resíduo em componentes aplicáveis às várias comparações de interesse. Esse procedimento é tradicionalmente utilizado no delineamento em blocos casualizados, cuja estrutura é apresentada, dentre outros, por COCHRAN (*1*) e por FERREIRA (*4*).

O objetivo do presente trabalho foi decompor a soma de quadrados do resíduo (a), num experimento em blocos casualizados, no esquema de parcelas subdivididas, no caso em que nem todos os tratamentos principais têm tratamentos secundários, estruturando o resíduo específico a cada contraste de tratamentos principais.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A presença de erros grosseiros, a assimetria extrema, as anomalias de alguns tratamentos, as mudanças na variância residual e a falta de aditividade dos efeitos reais são, segundo COCHRAN (*2*), os principais fatores que podem afetar a validade da análise de variância. Dependendo de cada caso, os métodos apontados por esse pesquisador para contornar essas dificuldades seriam: omissão de alguns tratamentos, desdobramento da variância residual em componentes e transformação dos dados antes da análise.

Ao examinarem as razões para a subdivisão do resíduo, COCHRAN e COX (*3*) afirmaram que, muitas vezes, há motivos para acreditar que a soma de quadrados do resíduo não é homogênea, isto é, os erros não são homocedásticos, como é postulado no modelo matemático. Nesse caso, a decomposição do resíduo é útil para a melhor compreensão da natureza do quadrado médio residual e para a obtenção de testes válidos. Os pesquisadores mostraram como pode ser feito o cálculo de um resíduo específico a cada contraste entre tratamentos, num experimento em blocos casualizados, exemplificando numericamente com um contraste entre parcelas tratadas e não-tratadas.

Uma maneira prática de decomposição do resíduo foi apresentada por STEEL e TORRIE (*9*). Num experimento em blocos casualizados, foi estabelecido um conjunto de contrastes ortogonais. A seguir, foi calculado o valor de cada contraste dentro de cada um dos blocos. Esses pesquisadores afirmaram que, se o modelo de blocos casualizados é válido, nenhuma comparação dentro de um bloco é influenciada pelo nível geral do bloco. Como conseqüência, concluíram que a variância de qualquer comparação entre blocos seria uma variância apropriada para testar contrastes entre totais de tratamentos. O processo foi aplicado numericamente, mas eles não apresentaram a dedução do método.

HOFFMANN (*5*) apresentou um método, baseado em transformações lineares ortogonais, para mostrar a decomposição da soma de quadrados de tratamentos. Ele mostrou a invariância da soma de quadrados numa transformação linear ortogonal e deu uma interpretação geométrica à transformação.

Uma aplicação do método da decomposição do resíduo foi apresentada por PIMENTEL GOMES (*6*), analisando um grupo de experimentos de adubação de algodão. Ao fazer a análise conjunta dos diversos locais, ele considerou individualmente os graus de liberdade relativos a contrastes de tratamentos e mostrou como cada contraste podia ser testado diretamente pelo correspondente componente do resíduo, no caso representado pela interação locais x tratamentos. Contudo, alerta o autor que esse método tem a desvantagem de reduzir excessivamente o número de graus de liberdade para os testes, recomendando seu uso somente quando for grande o número de locais.

FERREIRA (*4*) estruturou a decomposição do resíduo em componentes aplicáveis e apropriados às comparações (contrastes) de interesse. Através do método das transformações lineares, mostrou a decomposição do resíduo. Na primeira parte, considerou um experimento em blocos casualizados com I tratamentos e J blocos e obteve os quadrados médios residuais específicos a cada contraste, dados por:

$$QMR(Y_h) = \frac{1}{J-1}\left[\frac{\sum_{j=1}^{J} \hat{Y}_{hj}^2}{\sum_{i=1}^{I} c_{hi}^2} - \frac{\hat{Y}_h^2}{J \sum_{i=1}^{I} c_{hi}^2}\right]$$

sendo $\hat{Y}_{hj}$ a estimativa do contraste Y_h dentro do bloco j. Na segunda parte, considerou o caso da análise conjunta de experimentos em blocos casualizados. O resíduo considerado para testar tratamentos foi a interação tratamentos x locais. Cada componente dessa interação, correspondente ao resíduo específico para testar o contraste Y_h, foi dado por:

$$QMR(Y_h) = \frac{1}{K-1}\left[\frac{\sum_{k=1}^{K} \hat{Y}_{hk}^2}{J \sum_{i=1}^{I} c_{hi}^2} - \frac{\hat{Y}_h^2}{JK \sum_{i=1}^{I} c_{hi}^2}\right]$$

sendo $\hat{Y}_{hk}$ a estimativa do contraste Y_h no local k. Em ambos os casos considerados, mostrou que cada componente do resíduo, conseguido através de transformações lineares, correspondia ao resíduo apropriado para testar um contraste do conjunto ortogonal, segundo o qual foi decomposta a soma de quadrados de tratamentos.

3. METODOLOGIA E RESULTADOS

REGAZZI (*7, 8*) apresentou uma dedução para a análise de variância de experimentos em blocos casualizados, no esquema de parcelas subdivididas, admitindo um modelo em que nem todos os tratamentos principais (T) tinham tratamentos secundários (T'). Considerou, sem perda de generalidade, L tratamentos principais, K tratamentos secundários e J blocos, e apenas os I primeiros ($I < L$) tratamentos principais tinham tratamentos secundários.

O esquema da análise de variância, com as fórmulas para o cálculo das somas de quadrados, está no Quadro 1.

O mesmo pesquisador justificou o teste F, por meio do qual, com base nos resultados obtidos, concluiu que os testes das três hipóteses básicas, isto é, as hipóteses de nulidade de efeitos de tratamentos principais (T), efeitos de tratamentos secundários (T') e efeitos de interação (T x T'), deram os resultados usuais, no tocante aos resíduos apropriados.

QUADRO 1 - Esquema da análise de variância

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados*
Blocos	J-1	$SQBlocos = \frac{1}{IK+L-I} \sum_{j=1}^{J} B_j^2 - C$
Tratamentos (T)	L-1	$SQTrat.\ T = \sum_{j=1}^{L} \frac{T_i^2}{Js_i} - C$
Resíduo (a)	(J-1)(L-1)	SQR(a)=SQParcelas-SQBlocos-SQtrat. T
Parcelas	(LJ-1)	$SQParcelas = \sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{J} \frac{P_{ij}^2}{s_i} - C$
Tratamentos (T')	K-1	$SQTrat.\ T' = \frac{1}{IJ} \sum_{k=1}^{K} T_k'^2 - C_1$
Interação T x T'	(I-1)(K-1)	$SQTrat.\ TxT' = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^{I} \sum_{k=1}^{K} (TT')_{ik}^2 - \frac{1}{JK} \sum_{i=1}^{I} T_i^2 - SQTrat.\ T'$
Resíduo (b)	I(J-1)(K-1)	Por diferença
Total	IJK+(L-I)J-1	$SQtotal = \sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{s_i} y_{ijk}^2 - C$

* $s_i = K$, para $i = 1, 2, \ldots, I$ e $s_i = 1$, para $i = I+1, I+2, \ldots, L$

$$C = \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{s_i} y_{ijk}\right)^2}{IJK + (L-I)J} = \frac{G^2}{IJK+(L-I)J}, \quad C_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} y_{ijk}\right)^2}{IJK}$$

B_j é o total do j-ésimo bloco;

T_i é o total do i-ésimo tratamento principal;

P_{ij} é o total da parcela para a "interação" $(TB)_{ij}$;

T_k' é o total do k-ésimo tratamento secundário;

$(TT')_{ik}$ é o total para a interação do i-ésimo tratamento principal e k-ésimo tratamento secundário.

3.1. *Decomposição da Soma de Quadrados do Resíduo (a)*

O método empregado, neste trabalho, para decompor a soma de quadrados do resíduo (a) foi o mesmo apresentado por HOFFMANN (*5*) para decompor a soma de quadrados de tratamentos e, posteriormente, utilizado por FERREIRA (*4*) na decomposição do resíduo de um experimento em blocos casualizados, com I tratamentos e J repetições. Esse método se baseia na teoria das transformações lineares, mais precisamente nas transformações ortogonais.

De acordo com o Quadro 1, a soma de quadrados do resíduo (a) pode ser obtida mediante a subtração, da soma de quadrados de parcelas, da soma de quadrados referentes a blocos e tratamentos, T, ou seja:

$$SQR_a = \text{SQParcelas} - \text{SQBlocos} - \text{SQTrat. T}$$

ou

$$SQR_a = \left(\sum_{i=1}^{L}\sum_{j=1}^{J}\frac{P_{ij}^2}{s_i} - C\right) - \left(\frac{1}{IK+L-I}\sum_{j=1}^{J}B_j^2 - C\right) - \left(\sum_{i=1}^{L}\frac{T_i^2}{Js_i} - C\right)$$

ou, ainda,

$$SQR_a = \left(\sum_{i=1}^{L}\sum_{j=1}^{J}\frac{P_{ij}^2}{s_i} - \frac{1}{IK+L-I}\sum_{j=1}^{J}B_j^2\right) - \left(\frac{1}{J}\sum_{i=1}^{L}\frac{T_i^2}{s_i} - C\right) \qquad (\alpha.1)$$

De acordo com (α.1), a soma de quadrados do resíduo (a) pode ser expressa pela diferença de duas somas de quadrados e pode ser posta na seguinte forma:

$$SQR_a = \sum_{j=1}^{J}\left(\sum_{i=1}^{L}\frac{P_{ij}^2}{s_i} - \frac{1}{IK+L-I}B_j^2\right) - \frac{1}{J}\left(\sum_{i=1}^{L}\frac{T_i^2}{s_i} - \frac{G^2}{IK+L-I}\right) \qquad (\alpha.2)$$

Pode-se então aplicar o método das transformações ortogonais para realizar a decomposição da soma de quadrados do resíduo (a).

Sejam as transformações

$$\underset{\sim}{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_L \end{bmatrix} = D\Lambda\underset{\sim}{\theta}_{1j} \text{ e } \underset{\sim}{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_L \end{bmatrix} = D\Lambda\underset{\sim}{\theta}_2, \qquad (\alpha.3)$$

sendo D uma matriz ortogonal, de dimensões L x L, em que os elementos da última linha são iguais a $d_{Li} = \frac{\sqrt{s_i}}{\sqrt{IK+L-I}}$ i = 1, 2, ..., L (note-se que essa linha é um vetor com módulo igual a 1) e as demais linhas devem satisfazer algumas condições, conforme será visto adiante. A matriz λ e os vetores $\underset{\sim}{\theta}_{1j}$ e $\underset{\sim}{\theta}_2$ são definidos da seguintes forma:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_1}} & & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{s_2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{s_L}} \end{bmatrix} \quad \underset{\sim}{\theta}_{1j} = \begin{bmatrix} P_{1j} \\ P_{2j} \\ \vdots \\ P_{Lj} \end{bmatrix} \quad \text{e } \underset{\sim}{\theta}_2 = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_L \end{bmatrix}$$

sendo $\underset{\sim}{\theta}_{1j}$ o vetor dos totais dos L tratamentos no bloco j e $\underset{\sim}{\theta}_2$ o vetor dos L totais de tratamentos.

De acordo com as transformações definidas em (α.3), tem-se:

$$\sum_{i=1}^{L} u_i^2 = \underset{\sim}{U}'\underset{\sim}{U} = \underset{\sim}{\theta}'_{1j}\lambda D'D\lambda\underset{\sim}{\theta}_{1j} = (\underset{\sim}{\theta}'_{1j}\lambda)(\lambda\underset{\sim}{\theta}_{1j}) = \sum_{i=1}^{L} \frac{P_{ij}^2}{s_i}, \qquad (\alpha.4)$$

e

$$\sum_{i=1}^{L} v_i^2 = \underset{\sim}{V}'\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{\theta}'_2\lambda D'D\lambda\underset{\sim}{\theta}_2 = (\underset{\sim}{\theta}'_2\lambda)(\lambda\underset{\sim}{\theta}_2) = \sum_{i=1}^{L} \frac{T_i^2}{s_i}. \qquad (\alpha.5)$$

Ainda pela definição das transformações, os elementos u_L e v_L ficam sendo

$$u_L = \frac{1}{\sqrt{IK+L-I}} \sum_{i=1}^{L} P_{ij} = \frac{1}{\sqrt{IK+L-I}} B_j \therefore u_L^2 = \frac{1}{IK+L-I} B_j^2 \qquad (\alpha.6)$$

e

$$v_L = \frac{1}{\sqrt{IK+L-I}} \sum_{i=1}^{L} T_i = \frac{1}{\sqrt{IK+L-I}} G \therefore v_L^2 = \frac{1}{IK+L-I} G^2. \qquad (\alpha.7)$$

De (α.2), (α.4), (α.5), (α.6) e (α.7), vem

$$SQR_a = \sum_{j=1}^{J} (\sum_{i=1}^{L} u_i^2 - u_L^2) - \frac{1}{J} (\sum_{i=1}^{L} v_i^2 - v_L^2)$$

$$SQR_a = \sum_{j=1}^{J} (\sum_{i=1}^{L-1} u_i^2) - \frac{1}{J} (\sum_{i=1}^{L-1} v_i^2),$$

ou

$$SQR_a = \sum_{j=1}^{J} \left(\sum_{h=1}^{L-1} u_h^2 \right) - \frac{1}{J} \left(\sum_{h=1}^{L-1} v_h^2 \right), \qquad (\alpha.8)$$

e o índice h refere-se à variação do índice original, i, nas (L−1) primeiras colunas.

Da matriz D, sabe-se que sua última linha é um vetor, com módulo igual a 1, cujos elementos são iguais a $\frac{\sqrt{s_i}}{\sqrt{IK+L-I}}$, $i = 1, 2, ..., L$. Deve-se agora verificar quais as condições a serem satisfeitas pelos elementos que, inicialmente, foram chamados d_{hi} ($h = 1, 2, ..., L-1$; $i = 1, 2, ..., L$), das L − 1 primeiras linhas de D.

Para que essas linhas sejam ortogonais com a última, deve-se ter

$$\sum_{i=1}^{L} d_{hi}\sqrt{s_i} = 0, \ (h = 1, 2, ..., L-1). \qquad (\alpha.9)$$

Para que elas sejam ortogonais entre si, é necessário que

$$\sum_{i=1}^{L} d_{hi}d_{ji} = 0, \qquad (\alpha.10)$$

com $h \neq j$ ($h = 1, 2, ..., L-1$; $j = 1, 2, ..., L-1$).

Além dessas condições, para que D seja uma matriz ortogonal, deve-se ter

$$\sum_{i=1}^{L} d_{hi}^2 = 1. \qquad (\alpha.11)$$

Fazendo

$$d_{hi} = \frac{\dfrac{c_{hi}}{\sqrt{s_i}}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{L} \dfrac{c_{hi}^2}{s_i}}} \qquad (\alpha.12)$$

a condição (α.11) fica imediatamente satisfeita.

Sendo c_{hi} o coeficiente da média do i-ésimo tratamento, T, a condição (α.9) exige que

$$\sum_{i=1}^{L} c_{hi} = 0 \qquad (\alpha.13)$$

e a condição (α.10) exige que

$$\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}c_{ji}}{s_i} = 0, \qquad (\alpha.14)$$

com $h \neq j$ ($h = 1, 2, ..., L-1$; $j = 1, 2, ..., L-1$).

De acordo com (α.3), têm-se

$$u_h = \sum_{i=1}^{L} d_{hi} \frac{P_{ij}}{\sqrt{s_i}} \qquad v_h = \sum_{i=1}^{L} d_{hi} \frac{T_i}{\sqrt{s_i}}$$

Considerando (α.12), obtém-se:

$$u_h = \frac{\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}}{s_i} P_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}^2}{s_i}}}$$

$$v_h = \frac{\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}}{s_i} T_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}^2}{s_i}}}.$$

Conseqüentemente:

$$u_h^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}}{s_i} P_{ij}\right)^2}{\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}^2}{s_i}} \tag{α.15}$$

$$v_h^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}}{s_i} T_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}^2}{s_i}} \tag{α.16}$$

As expressões (α.8), (α15) e (α.16) mostram que se pode decompor a SQR_a da maneira conveniente, desde que os coeficientes c_{hi} sejam escolhidos de modo que satisfaçam as restrições (α.13) e (α.14).

Assim,

$$SQR_a = \sum_{j=1}^{J} \left[\sum_{h=1}^{L-1} \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}}{s_i} P_{ij}\right)^2}{\sum_{i=1}^{L} \frac{C_{hi}^2}{s_i}} \right] - \frac{1}{J} \sum_{h=1}^{L-1} \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}}{s_i} T_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}^2}{s_i}},$$

$$SQR_a = \sum_{h=1}^{L-1} \left[\sum_{j=1}^{J} \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}}{s_i} P_{ij}\right)^2}{\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}^2}{s_i}} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}}{s_i} T_i\right)^2}{J \sum_{i=1}^{L} \frac{c_{hi}^2}{s_i}} \right]$$

Fazendo $a_{hi} = \frac{c_{hi}}{s_i}$, tem-se:

$$SQR_a \sum_{h=1}^{L-1} \left[\sum_{j=1}^{J} \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} a_{hi}P_{ij}\right)^2}{\sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} a_{hi}T_i\right)^2}{J \sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2} \right]. \qquad (\alpha.17)$$

Utilizando a expressão (α.17), as restrições (α.13) e (α.14) passam a ser

$$\sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi} = 0$$

e

$$\sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi} a_{ji} = 0,$$

com $h \neq j$ ($h = 1, 2, ..., L-1$; $j = 1, 2, ..., L-1$).

Em virtude das condições impostas aos coeficientes a_{hi}, tem-se que

$$\sum_{i=1}^{L} a_{hi}T_i$$

representa a estimativa de um contraste, Y_h, entre totais de tratamentos, e

$$\sum_{i=1}^{L} a_{hi}P_{ij},$$

anotado por $\hat{Y}_{hj}$, representa a sua estimativa dentro de determinado bloco *j*.

Então, (α.17) pode ser posta na forma:

$$SQR_a = \sum_{h=1}^{L-1} \left[\frac{\sum_{j=1}^{J} (\hat{Y}_{hj})^2}{\sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2} - \frac{(\hat{Y}_h)^2}{J \sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2} \right] \qquad (\alpha.18)$$

Mas

$$\frac{(\hat{Y}_h)^2}{J \sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2} = SQ(Y_h),$$

$$\frac{(\hat{Y}_{hj})^2}{\sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2} = SQ(Y_h d \cdot \text{bloco } j),$$

e

$$\sum_{j=1}^{J} \frac{(\hat{Y}_{hj})^2}{\sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2} = SQ\ (Y_h d.\ \text{Blocos}).$$

Assim, de (α.18), vem:

$$SQR_a = \sum_{h=1}^{L-1} \left[SQ(Y_h d.\ \text{Blocos}) - SQ(Y_h) \right]. \qquad (\alpha.19)$$

Por outro lado, numa análise de variância em blocos casualizados, no esquema de parcelas subdivididas, o resíduo (a) se identifica com a «interação» de tratamentos principais e blocos (T x B).

Desdobrando-se a SQTrat. T em seus (L−1) componentes, relativos a (L−1) contrastes ortogonais, tem-se:

$$SQTrat.\ T = SQY_1 + SQY_2 + ... + SQY_{L-1}.$$

Logo, a SQ(T x B) pode também ser decomposta do seguinte modo:

$$SQ(T \times B) = SQ(Y_1 \times B) + SQ(Y_2 \times B) + ... + SQ(Y_{L-1} \times B),$$

e $SQ(Y_h \times B)$ dá um resíduo apropriado para o contraste Y_h.

Logo:

$$SQR_a = \sum_{h=1}^{L-1} SQ(Y_h \times B) = \sum_{h=1}^{L-1} SQR_a(Y_h). \qquad (\alpha.20)$$

Num desdobramento usual de uma interação de dois fatores, A e C, pode-se estudar o efeito de um dos fatores em cada nível do outro, como, por exemplo:

A d. C_1
A d. C_2
.
.
.
A d. C_J

Sabe-se que:

$$\sum_{j=1}^{J} SQ(A \quad d. \quad C_j) = SQ(A \times C) + SQA,$$

ou seja:

$$SQ(A \times C) = \sum_{j=1}^{J} SQ(A \quad d. \quad C_j) - SQA \qquad (\alpha.21)$$

De (α.19), (α.20) e (α.21), vem:

$$SQ(Y_h \quad d. \quad Blocos) - SQ(Y_h) = SQ(Y_h \times B) = SQR_a(Y_h),$$

isto é, a SQR_a se decompõe em $(L-1)$ componentes, cada um deles associado a um dos $(L-1)$ contrastes ortogonais em que se decompõe a SQTrat. T.

Pode-se então concluir que:

$$SQR_a(Y_h) = \frac{\sum_{j=1}^{J} (\hat{Y}_{hj})^2}{\sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2} - \frac{(\hat{Y}_h)^2}{J \sum_{i=1}^{L} s_i a_{hi}^2}.$$

Cumpre observar que, em cada decomposição da SQR_a, os contrastes devem ser ortogonais entre si. Entretanto, desde que se tenha definido um contraste, pode-se obter, isoladamente, qualquer componente dessa decomposição.

No caso em estudo, a SQR_a tem $(L-1)(J-1)$ graus de liberdade. Então, cada um dos seus $(L-1)$ componentes tem $(J-1)$ graus de liberdade e dá origem a quadrados médios do tipo:

$$QMR_a(Y_h) = \frac{SQR_a(Y_h)}{J-1}, \qquad (\alpha.21)$$

que são resíduos apropriados para testar contrastes entre totais de tratamentos principais.

Segundo COCHRAN e COX (*3*), um argumento contrário ao emprego do método é a diminuição do número de graus de liberdade, o que, às vezes, torna o teste inadequado às circunstâncias presentes. Concluem que esse método não deve ser usado sem boas razões.

Nos casos em que podem ser formados grupos de tratamentos, com variâncias não muito discrepantes dentro de cada grupo, a decomposição total do resíduo (a) nos seus L-1 componentes talvez não seja o procedimento mais indicado. Nesses casos, uma decomposição parcial do resíduo pode ser mais viável, visto que a obtenção de resíduos específicos para testar grupos de contrastes simultaneamente proporcionará a vantagem de maior número de graus de liberdade para os testes a serem efetuados.

Sejam, então, os L tratamentos principais divididos em dois grupos, a saber:

Grupo 1 (G_1): com os I tratamentos principais que têm tratamentos secundários.

Grupo 2 (G_2): com os (L-I) tratamentos principais restantes.

Ao estabelecer o conjunto de contrastes ortogonais de interesse, pode-se ter um esquema da análise de variância relativo às parcelas, conforme apresentado no Quadro 2.

Para conseguir a decomposição da soma de quadrados do resíduo (a), como apresentada no Quadro 2, não é necessário fazer a sua decomposição nos L-1 componentes. Ela pode ser obtida por meio do cálculo da soma de quadrados de uma interação, ou seja, interação de cada grupo de tratamentos com blocos. Naturalmente, se, por exemplo, determinado grupo incluir apenas um tratamento, não haverá comparação dentro desse grupo.

QUADRO 2 - Esquema da análise de variância, relativo às parcelas com uma decomposição dos tratamentos T e do resíduo (a)

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados
Blocos	J-1	SQBlocos
Grupos (G_1 vs G_2)	1	SQG_1 vs G_2
Entre G_1	I-1	SQG_1
Entre G_2	L-I-1	SQG_2
(Tratamento T)	(L-1)	SQTrat. T = SQG_1 vs G_2 + + SQG_1 + SQG_2
Interação grupos x blocos	J-1	SQR_1
Interação G_1 x blocos	(I-1) (J-1)	SQR_2
Interação G_2 x blocos	(L-I-1) (J-1)	SQR_3
Resíduo (a)	[(L-1) (J-1)]	$SQR(a) = \sum_{i=1}^{3} SQR_i$

É interessante ressaltar o fato de que, obtendo-se resíduos específicos para testar individualmente os (L-1) contrastes, cada um dos (L-1) componentes do resíduo terá apenas (J-1) graus de liberdade. Por outro lado, uma decomposição parcial do resíduo (a), por exemplo a apresentada no Quadro 2, proporcionará a vantagem de maior número de graus de liberdade associados aos testes necessários.

4. CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos, pode-se concluir que:

Nos experimentos em blocos casualizados, com os tratamentos dispostos no esquema de parcelas subdivididas, a decomposição da soma de quadrados do resíduo (a) pode ser obtida através do emprego de transformações lineares.

Quando se faz sua subdivisão em componentes simples, a soma de quadrados do resíduo (a) se faz acompanhar de uma subdivisão do seu número de graus de liberdade. Portanto, recomenda-se cautela no uso desse método, devido à redução drástica do número de graus de liberdade para cada resíduo específico.

Se há heterogeneidade nas variâncias dos tratamentos principais, mas é possível vários grupos sem que as variâncias dentro de cada grupo sejam muito discrepantes, a decomposição parcial do resíduo (a) é mais indicada, visto que a obtenção de resíduos específicos para testar grupos de contrastes simultaneamente proporcionará a vantagem de maior número de graus de liberdade associados aos testes necessários.

5. RESUMO

Subdividir a soma de quadrados do resíduo em componentes aplicáveis às várias comparações de interesse constitui um dos procedimentos recomendados para resolver problemas de heterocedasticidade do tipo irregular.

Este trabalho constou da obtenção de resíduos específicos a cada contraste de tratamentos principais, mediante o emprego de método baseado na teoria das transformações lineares, mais precisamente nas transformações ortogonais. São apresentadas as deduções. Recomenda-se, sempre que possível, a decomposição parcial do resíduo (a), uma vez que a obtenção de resíduos específicos para testar grupos de contrastes simultaneamente proporcionará a vantagem de maior número de graus de liberdade associados aos testes necessários.

6. SUMMARY

(THE DECOMPOSITION OF THE WHOLE PLOT ERROR SUM OF SQUARES IN A SPLIT-PLOT DESIGN WHEN THE SMALL PLOT TREATMENTS ARE ABSENT FOR THE WHOLE PLOT TREATMENTS)

The partitioning of the error sum of squares in components corresponding to comparisons of the interest is one of the recommended procedures to solve the heterogeneity of variance problems of the irregular type. This paper shows how to obtain specific errors for each contrast of interest among the main treatments, through a method based on the linear transformation theory, i.e., orthogonal transformations. Formulae are developed and a partial decomposition is suggested to test a group of contrasts simultaneously, allowing a high number of degrees of freedom for the statistical tests.

7. LITERATURA CITADA

1. COCHRAN, W.G. Some Difficulties in the Statistical Analysis of Replicated Experiments. *The Empire Journal of Experimental Agriculture 6*:157-175, 1938.

2. COCHRAN, W.G. Some Consequences when the Assumption for the Analysis of Variance are not Satisfied. *Biometrics 3*:22-38, 1947.

3. COCHRAN, W.G. & COX, G.M. *Diseños Experimentales*. 3.ª ed. México, Trillas, 1976. 661 p.

4. FERREIRA, L.E.P. *A Decomposição do Resíduo em Casos de Heterocedasticidade nas Análises de Variância de Ensaios em Blocos Casualizados*. Piracicaba, ESALQ/USP, 1978. 64 p. (Dissertação de Mestrado).

5. HOFFMANN, R. *Decomposição da Soma de Quadrados de Tratamentos*. Piracicaba, ESALQ/USP, 1975. 22 p. (Mimeografado).

6. PIMENTEL GOMES, F. *Curso de Estatística Experimental*. 8.ª ed. Piracicaba, Livraria Nobel, 1978. 430 p.

7. REGAZZI, A.J. *Análise de Experimentos em Parcelas Subdivididas com Tratamentos Secundários em Apenas Alguns dos Tratamentos Principais*. Piracicaba, ESALQ/USP, 1984. 105 p. (Tese de Doutorado).

8. REGAZZI, A.J. & CAMPOS, H. Análise de Experimentos em Parcelas Subdivididas no Caso em que nem Todos os Tratamentos Principais Possuem Tratamentos Secundários. *Revista Ceres 33*:226-241, 1986.

9. STELL, R.G.D. & TORRIE, J.H. *Principles and Procedures of Statistics*. New York, McGraw-Hill Book Company, 1960. 481 p.